

Examen del capítulo II.2 (Tema 7)

1) a) Enúnciense el teorema de Pascal y su recíproco.

b) Justifíquese la siguiente afirmación: Si un cuadrivértice está inscrito en una cónica no degenerada, entonces sus puntos diagonales son congujados dos a dos respecto de la cónica.

c) Sea \mathcal{C} una cónica no degenerada. Supóngase que P y Q son dos puntos del plano tales que, por cada uno de ellos, pueden trazarse dos tangentes a \mathcal{C} . Demuéstrese que existe otra cónica no degenerada \mathcal{C}' que pasa por P , Q y los 4 puntos de contacto de las tangentes por P y Q a \mathcal{C} . Indicación: Úsen los resultados mencionados en los apartados a) y b).

2) Supónganse dados cinco puntos de un plano tales que no haya tres colineales.

a) Razónese por qué solo hay dos cónicas que pasan por los cinco puntos, a saber, la que llena el plano y la no degenerada.

b) Sin trazar la cónica, concíbese un procedimiento gráfico para trazar, por uno de los cinco puntos, la tangente a la cónica no degenerada que contiene a los cinco puntos.

3) Dados un cuadrivértice (A, B, C, D) y una recta r en un plano proyectivo, recuérdese que el segundo teorema de Desargues afirma que las parejas de intersecciones de r con lados opuestos del cuadrivértice están en involución o, dicho de otra forma, que la proyectividad $\sigma : r \rightarrow r$ que transforma P en P' , Q en Q' y R en R' , con $P = r \cap \overline{AB}$, $P' = r \cap \overline{CD}$, $Q = r \cap \overline{AC}$, $Q' = r \cap \overline{BD}$, $R = r \cap \overline{AD}$ y $R' = r \cap \overline{BC}$, es una involución. Pues bien,

Examen de geometría afín y proyectiva

pruébese que si una cónica \mathcal{Q} pasa por los cuatro vértices del cuadrivértice y corta a r en los puntos X y X' , entonces $\sigma(X) = X'$. Se sugiere el uso del teorema de Steiner. Dedúzcase del hecho anterior un método gráfico para el trazado de una cónica conocidos cinco de sus puntos.



Castellón Serrano, Alberto (2012) Geometría afín y proyectiva.

OCW- Universidad de Málaga <http://ocw.uma.es>

Bajo licencia Creative Commons Attribution-Non-Comercial-ShareAlike 3.0 ES

