



Resistencia de Materiales

**FLEXIÓN DESVIADA,
ESVIADA
O DISIMÉTRICA.
FLEXO-COMPRESION O
COMPRESIÓN EXCÉNTRICA
(tensiones y desplazamientos)**

CONTENIDO DE LA ASIGNATURA

BLOQUE TEMATICO: ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERILES

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN A LA ELASTICIDAD Y LA RESISTENCIA DE MATERIALES

CAPÍTULO 2: EL SÓLIDO ELÁSTICO.

CAPÍTULO 3: CRITERIOS DE PLASTIFICACIÓN Y DE ROTURA

CAPÍTULO 4: RESISTENCIA DE MATERIALES. CONCEPTOS BÁSICOS

CAPÍTULO 5: TRACCIÓN Y COMPRESIÓN

CAPÍTULO 6: FLEXIÓN PLANA ELÁSTICA.

CAPÍTULO 7: INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO PLÁSTICO

CAPÍTULO 8: FLEXO-COMPRESIÓN DESVIADA

CAPÍTULO 9: TORSIÓN

CAPÍTULO 10: POTENCIAL ELÁSTICO DE BARRAS. MÉTODOS ENERGÉTICOS

CAPÍTULO 11: INESTABILIDAD DE BARRAS PRISMÁTICAS. PANDEO



Resistencia de Materiales

**FLEXIÓN DESVIADA,
ESVIADA
O DISIMÉTRICA.
FLEXO-COMPRESION O
COMPRESIÓN EXCÉNTRICA
(tensiones y desplazamientos)**

1. Introducción.
2. Barras con dos ejes de simetría
3. Barras sometidas a momentos según dos ejes cualesquiera
4. Flexión compuesta
5. Compresión excéntrica. Núcleo central.

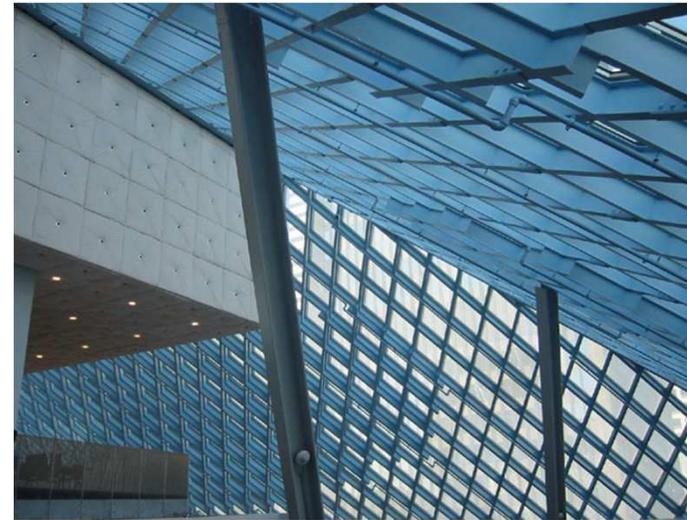
¿DONDE ESTÁ LO RARO?



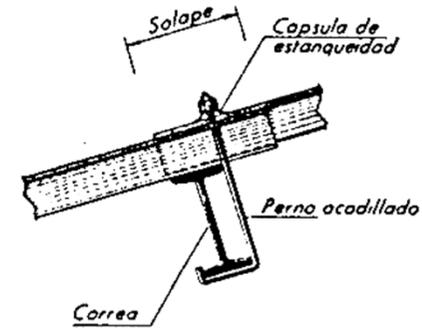
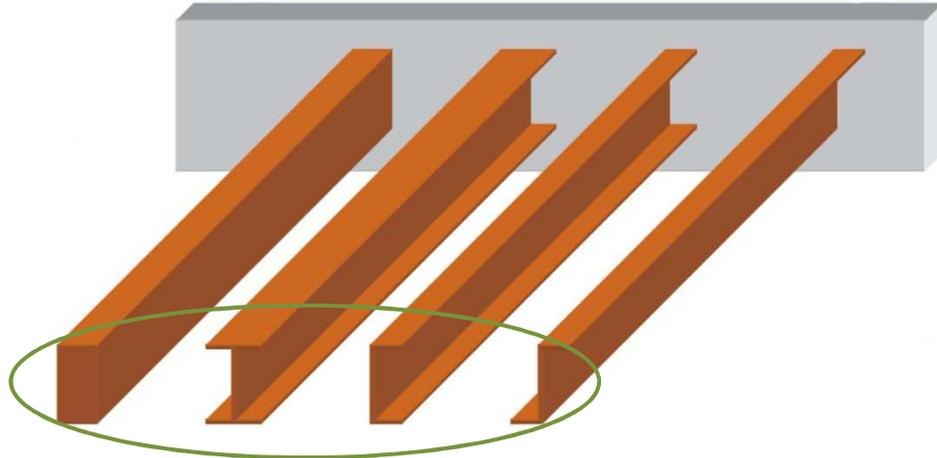
¿NO ES ESTO MÁS HABITUAL?



Obsérvese la diversa orientación de las secciones de estos tres sistemas.



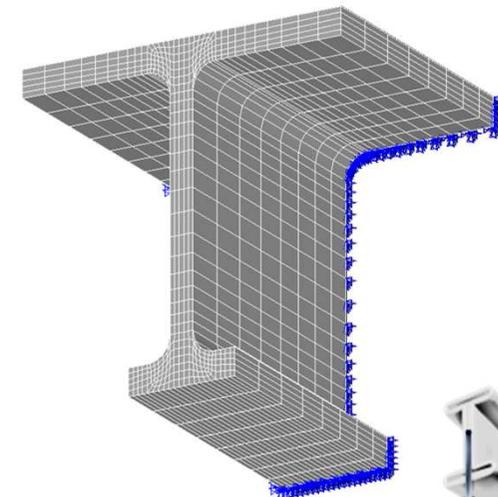
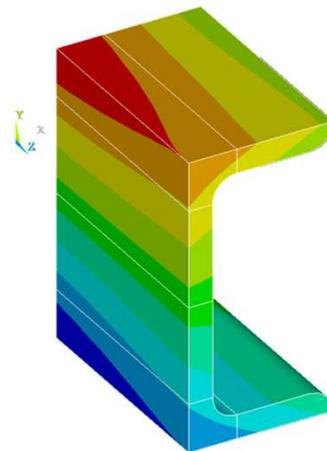
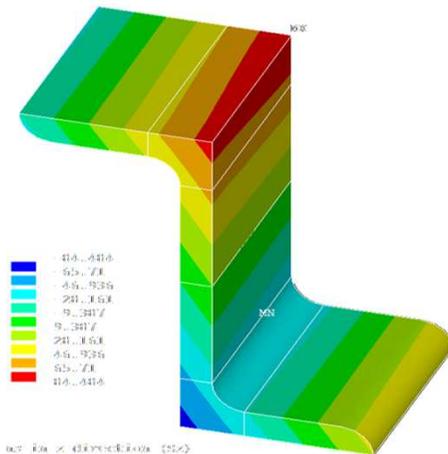
ANÁLISIS DE LA SECCION

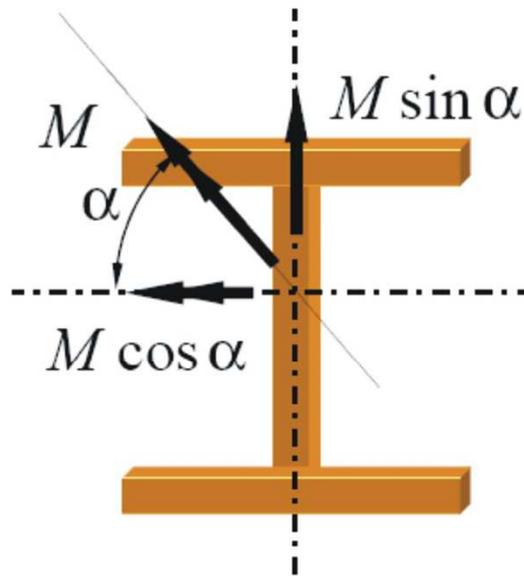


Es posible que la sección de la barra no sea simétrica (en un eje o en todos), o bien que el esfuerzo flector no actúe en un eje de simetría [FLEXION DESVIADA].

Es posible que el esfuerzo flector actúe en combinación con esfuerzo axial [FLEXION COMPUESTA o flexocompresión].

Es posible que el esfuerzo axial no se aplique en el centro de gravedad de la sección [COMPRESION EXCENTRICA].





ESTADO TENSIONAL

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} y = -\frac{M \cos \alpha}{I_z} y \quad \sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{M \sin \alpha}{I_y} z$$

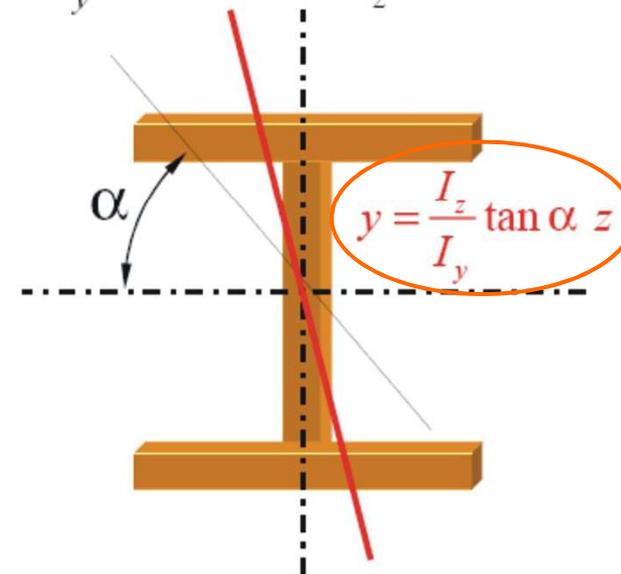
$$\sigma_x = \frac{M \sin \alpha}{I_y} z - \frac{M \cos \alpha}{I_z} y$$

Línea neutra

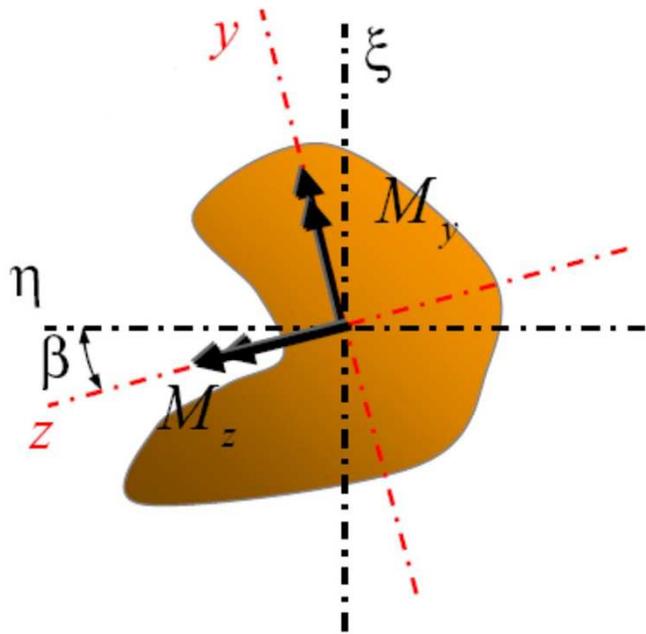
$$\frac{M \sin \alpha}{I_y} z - \frac{M \cos \alpha}{I_z} y = 0$$

ecuación L.N.

$$y = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \frac{I_z}{I_y} z = \tan \alpha \frac{I_z}{I_y} z$$



En flexión disimétrica la línea neutra y la línea de actuación del momento no coinciden



$$\sigma_x = \frac{E}{\rho} \xi = \frac{E}{\rho} (y \cos \beta - z \sin \beta) = c_1 y + c_2 z$$



$$\sigma_x = -\frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$



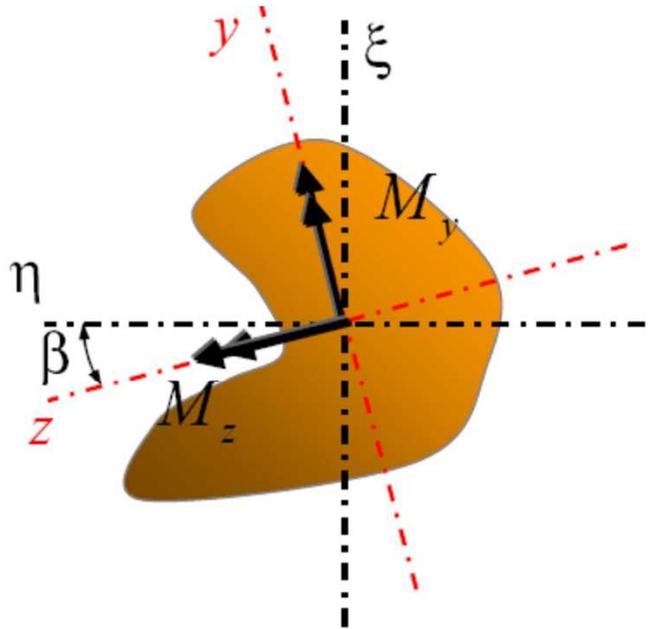
$$c_1 = -\frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$

$$c_2 = \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$

$$M_z = -c_1 I_z - c_2 I_{yz}$$

$$M_y = c_1 I_{yz} + c_2 I_y$$

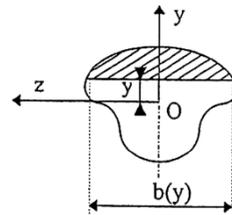




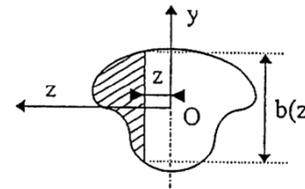
$$\sigma_x = \frac{E}{\rho} \xi = \frac{E}{\rho} (y \cos \beta - z \sin \beta) = c_1 y + c_2 z$$



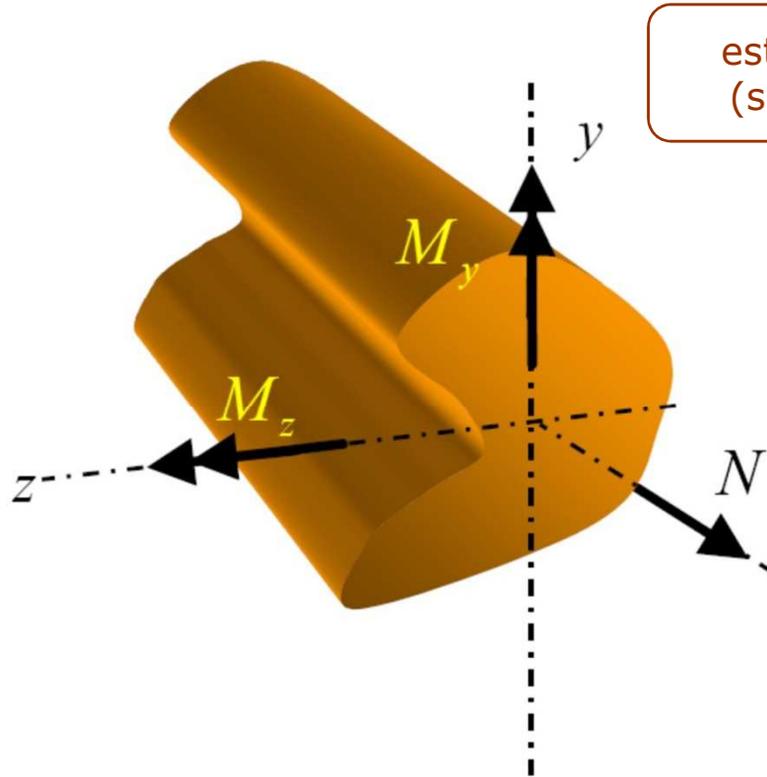
$$\sigma_x = -\frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$



$$\tau_{xy} = \frac{-I_y S_z(y) + I_{yz} S_y(y)}{I_y I_z - I_{yz}^2} \frac{V_y}{b(y)}$$



$$\tau_{xz} = \frac{-I_{yz} S_z(y) + I_z S_y(y)}{I_y I_z - I_{yz}^2} \frac{V_z}{b(z)}$$



estado tensional (superposición)

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$

Ejes Principales de Inercia

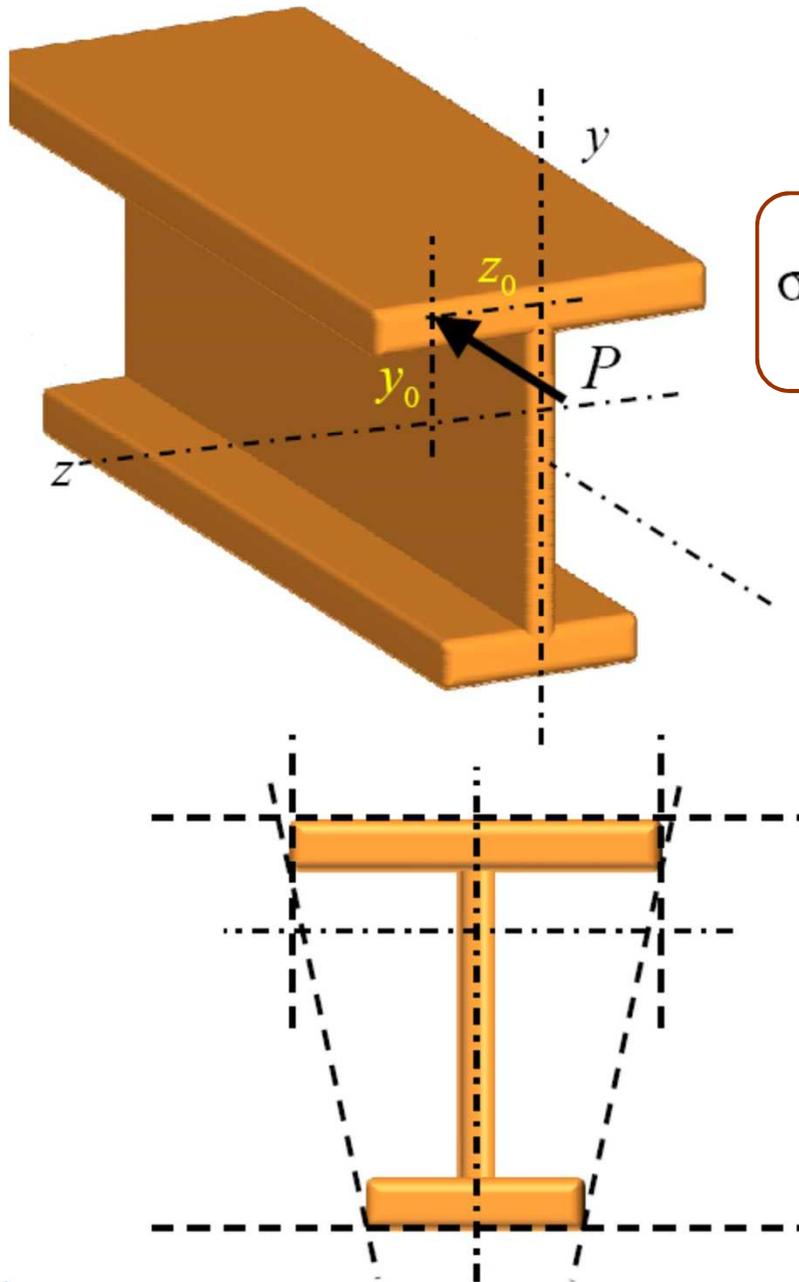
$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

sección simétrica

ecuación de la LINEA NEUTRA

$$\frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z = 0$$

L.N. no pasa por el c.d.g.



estado
tensional

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z = -\frac{P}{A} - \frac{P}{I_z} y_0 y - \frac{P}{I_y} z_0 z$$

ejes coordenados
=
ejes de simetría de la
sección

Linea
Neutra

$$0 = -\frac{P}{A} - \frac{P}{I_z} y_0 y - \frac{P}{I_y} z_0 z$$

$$0 = 1 + \frac{y_0}{i_z^2} y + \frac{z_0}{i_y^2} z$$

Nótese como la
ecuación de L.N. **no**
depende del valor
del axil

$$i_j = \sqrt{\frac{I_j}{A}}$$

radio de
giro

Lugar geométrico de todos los puntos de la sección transversal de una barra prismática donde, aplicada una carga de tracción o compresión, se obtiene tracción o compresión, respectivamente, en **todos** los puntos de la sección.

IMPORTANCIA

En materiales que no soporten tracciones, si la carga se aplica en el núcleo central, es seguro que toda la sección estará sometida a compresión.

SECCION CIRCULAR

Por simetría será un círculo.

Limitado por una línea neutra tangente a su contorno.

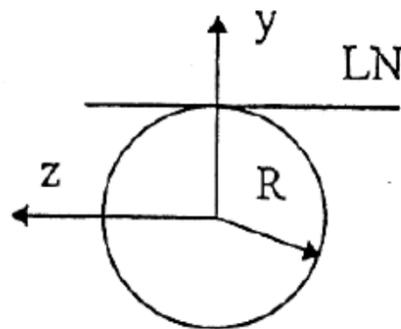


Figura 11.11. Línea neutra tangente al contorno de una sección circular.

LÍNEA NEUTRA

$$0 = 1 + \frac{y_0 y}{i_z^2} + \frac{z_0 z}{i_y^2}$$

$$-\frac{1}{R} = \frac{y_0}{\frac{R^2}{4}}; \quad 0 = \frac{z_0}{\frac{R^2}{4}} \Rightarrow y_0 = -\frac{R}{4}; \quad z_0 = 0$$

RADIO DE GIRO

Distribución de la masa de una sección alrededor de su eje centroidal.

$$i_y^2 = i_z^2 = \frac{I}{A} = \frac{\frac{\pi R^4}{4}}{\pi R^2} = \frac{R^2}{4}$$

$$R - y = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{R} y = 0$$

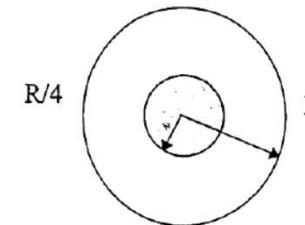


Figura 11.12. Núcleo central de una sección circular

SECCION RECTANGULAR

Radios de giro.

Línea mm (de ecuación $y=m$) en forma canónica.

Punto asociado a línea nn (de ecuación $z=a$).

Delimitación.

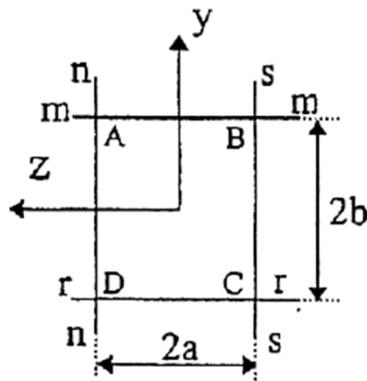
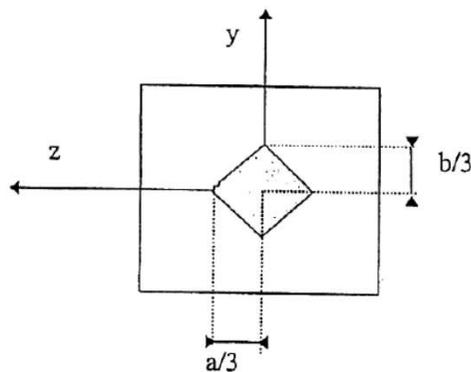


Figura 11.13. Sección rectangular.



LÍNEA NEUTRA

$$0 = 1 + \frac{y_0 y}{i_z^2} + \frac{z_0 z}{i_y^2}$$

RADIOS DE GIRO

Distribución de la masa de una sección alrededor de su eje centroidal.

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{\frac{16ba^3}{12}}{4ab} = \frac{a^2}{3}$$

$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{\frac{16ab^3}{12}}{4ab} = \frac{b^2}{3}$$

LÍNEA MM

Punto cuya Línea Neutra corresponde a la recta MM ($y=b$), en forma canónica.

$$y = b \Rightarrow 1 - \frac{1}{b}y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{b} = \frac{y_0}{\frac{b^2}{3}}; \quad 0 = \frac{z_0}{\frac{a^2}{3}} \Rightarrow y_0 = -\frac{b}{3}; \quad z_0 = 0; \quad M\left(-\frac{b}{3}, 0\right)$$

LÍNEA NN

Punto cuya Línea Neutra corresponde a la recta NN ($z=a$), en forma canónica.

$$z = a \Rightarrow 1 - \frac{1}{a}z = 0 \Rightarrow -\frac{1}{a} = \frac{z_0}{\frac{a^2}{3}}; \quad 0 = \frac{y_0}{\frac{b^2}{3}} \Rightarrow z_0 = -\frac{a}{3}; \quad y_0 = 0; \quad N\left(0, -\frac{a}{3}\right)$$

LÍNEA MN - LÍNEA RS

Todos los puntos que unen M y N mediante una recta son los límites del Núcleo Central.

Por simetría pueden obtenerse los puntos R y S, situados respectivamente sobre las rectas RR y SS.



Figura 11.14. Núcleo central de la sección de la figura 11.13. López Taboada, C. Pedraza Rodríguez, C. (2014) Resistencia de Materiales. OCW-Universidad de Málaga. <http://ocw.uma.es> Bajo licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Spain

