

# Ejercicios del tema 2

## Estructuras Algebraicas

Álgebra Lineal y Matemática Discreta.  
E.T.S.I. de Telecomunicación.

### Soluciones a los ejercicios.

---

#### Conjuntos, Relaciones, Funciones

**Solución (Ej. 1)** — (a)  $\{2, 6, 8\}$ , (b)  $\{1, 4\}$ , (c)  $U - \{4\}$ , (d)  $\{(1, 1), (1, 4), (4, 1), (4, 4)\}$

**Solución (Ej. 2)** —  $[0, 1)$  y  $\{0\}$

**Solución (Ej. 3)** — 1.022

**Solución (Ej. 4)** —

a) V      b) F      c) F      d) F      e) F      f) V      g) V      h) V

**Solución (Ej. 5)** — 22

**Solución (Ej. 6)** —  $G_{\mathcal{R}} = \{(2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4)\}$

**Solución (Ej. 7)** —

1. Ninguna  
2.  $\begin{cases} \text{Antisimétrica} \\ \text{Transitiva} \end{cases}$   
3.  $\begin{cases} \text{Reflexiva} \\ \text{Simétrica} \\ \text{Transitiva} \end{cases}$

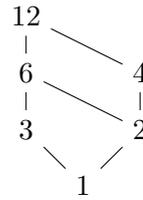
**Solución (Ej. 8)** —

1. No es reflexiva, por ejemplo  $2 \not\mathcal{R} 2$  y no es transitiva, por ejemplo  $1 \mathcal{R} 5$  y  $5 \mathcal{R} 1$ , pero  $1 \not\mathcal{R} 1$ .
2.  $G_{\mathcal{R}} \cup \{(1, 1), (2, 2), (4, 4), (5, 5)\}$ , la relación  $S$  resultante es de equivalencia (la menor posible).
3.  $A/S = \{[1] = \{1, 5\}, [2] = \{2, 4\}, [3] = \{3\}, [6] = \{6\}\}$

**Solución (Ej. 9)** —  $A/\mathcal{R} = \{[1], [2]\}$

**Solución (Ej. 10)** — Es un orden parcial.

La gráfica que nos piden es un diagrama de Hasse:



**Solución (Ej. 11)** —  $[a] = \{a, 1 - a\}$

**Solución (Ej. 14)** — Los dominios e imagen:

- |   |  |
|---|--|
| a) $\text{Dom } R_1 = E, \quad \text{Im } R_1 = \{2, 3, 5\}.$           | e) $\text{Dom } R_5 = \text{Im } R_5 = [-2, 2]$                        |
| b) $\text{Dom } R_2 = \mathbb{R}, \quad \text{Im } R_2 = [-1, 1].$      | f) Igual.  |
| c) $\text{Dom } R_3 = [-1, \infty), \quad \text{Im } R_3 = \mathbb{R}.$ | g) $\text{Dom } R_7 = \text{Im } R_7 = (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$ |
| d) $\text{Dom } R_4 = [1, \infty), \quad \text{Im } R_4 = \mathbb{R}.$  |  |

**Solución (Ej. 15)** — No, las funciones constantes no son inyectivas ni sobreyectivas.

**Solución (Ej. 17)** —

- |                  |                                   |
|------------------|-----------------------------------|
| a) Sobreyectiva. | c) No inyectiva, no sobreyectiva. |
| b) Biyectiva.    | d) Biyectiva.                     |

### Estructuras algebraicas

**Solución (Ej. 20)** — Neutro  $e = (1, 0)$ , simétrico  $(a, b)' = (1/a, -b/a^2)$ .

**Solución (Ej. 21)** — Algunos inversos son:  $[2]^{-1} = [6]$  y  $[5]^{-1} = [9]$

**Solución (Ej. 22)** —  $x = 9, y = 4$

**Solución (Ej. 23)** — Sí, es anillo unitario conmutativo. No es cuerpo.

### Números complejos

**Solución (Ej. 24)** — Basta expresar las soluciones de la forma  $G = \left\{ e^{i\frac{2k\pi}{n}} : 0 \leq k < n, k \in \mathbb{Z} \right\}$  y comprobar las propiedades de grupo abeliano.

**Solución (Ej. 25)** —

- |                           |                                    |   |          |
|---------------------------|------------------------------------|---|----------|
| a) $2 e^{\frac{i\pi}{2}}$ | c) $2\sqrt{3} e^{\frac{i5\pi}{6}}$ | e) $5 e^{-2i \text{atan}(\frac{1}{2})}$ | g) —     |
| b) —                      | d) —                               | f) —                                    | h) $4/9$ |

**Solución (Ej. 26)** —

- |  |      |
|--|------|
| a) $z = 1, \frac{1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, -1, -\frac{1+\sqrt{3}i}{2}, -\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ | c) — |
| b) —   | d) — |

Solución (Ej. 31) — Si.

Solución (Ej. 32) —

