

## CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LA CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR

### OBJETIVO

Construir las gráficas de la intensidad de corriente que circula por un condensador y de su tensión en los bornes frente al tiempo, en los procesos de carga y descarga y determinar varios parámetros del circuito, como son su constante de tiempo, la resistencia de carga y la capacidad del condensador.

### MATERIAL

Fuente de alimentación de corriente continua, conmutador, amperímetro, dos voltímetros, resistencia patrón de  $1M\Omega$ , condensador, cronómetro y cables de conexión.

### FUNDAMENTO TEÓRICO

#### Proceso de carga

Consideremos el circuito de la figura 1, en el que supondremos que el condensador está inicialmente descargado. Si conectamos el conmutador en su posición superior se observará un paso de corriente y empezará a cargarse el condensador, de forma que una vez alcanzada la carga máxima la corriente en el circuito es nula. Aplicando la ley de mallas de Kirchhoff obtenemos

$$\varepsilon = v_R(t) + v_C(t) \Rightarrow \varepsilon = i(t)R + \frac{q(t)}{C} \quad [1]$$

donde  $\varepsilon$  es la fuerza electromotriz del generador de corriente,  $I$  es la intensidad que circula por el circuito,  $R$  es la resistencia patrón,  $q$  es la carga eléctrica del condensador y  $C$  su capacidad.

Para calcular la carga y la intensidad de corriente en función del tiempo es necesario derivar la ecuación [1] con respecto al tiempo, de forma que

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0 \quad [2]$$

Por definición, la intensidad es  $I = dq/dt$  y, sustituyendo en la ecuación anterior, llegamos a

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 \quad [3]$$

Esta última expresión es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden en  $i(t)$  que se resuelve fácilmente por separación de variables:

$$\frac{dI}{I} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \int_{I_0}^I \frac{dI'}{I'} = -\int_0^t \frac{dt'}{RC} \quad [4]$$

donde hemos usado  $I'$  y  $t'$  como variables de integración para evitar su concordancia simbólica con los límites de integración.

En el instante inicial,  $t=0$ , la carga en el condensador es nula y, de la expresión [1], se concluye que  $I_0 = \varepsilon/R$ . Resolviendo las integrales en [4] obtenemos la expresión de la intensidad de corriente en función del tiempo.

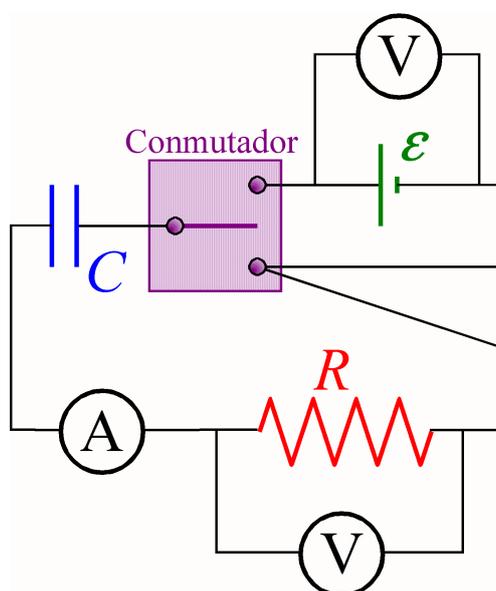


Figura 1

$$\ln\left(\frac{i(t)}{I_0}\right) = \frac{-t}{RC} \Rightarrow i(t) = I_0 e^{\frac{-t}{RC}} \Rightarrow i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \quad [5]$$

La carga del condensador en cualquier instante se obtiene integrando la intensidad con respecto al tiempo. Como en  $t = 0$  la carga del condensador es cero, se tiene

$$q(t) = \int_0^t I(t') dt' = \int_0^t \frac{\mathcal{E}}{R} e^{\frac{-t'}{RC}} dt' = Q_{\max} \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) = \mathcal{E}C \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \quad [6]$$

La diferencia de potencial en el condensador variará en la forma:

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \mathcal{E} \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \quad [7]$$

### Proceso de descarga

Supongamos ahora que tras haber cargado el condensador pasamos el conmutador de la figura 1 a su posición inferior, de forma que empezará a descargarse a través de la resistencia. Aplicando la ley de mallas de Kirchhoff obtenemos

$$v_C(t) = v_R(t) \Rightarrow \frac{q(t)}{C} = i(t)R \quad [8]$$

Puesto que la intensidad de corriente que pasa por el circuito es igual a la rapidez con la que disminuye la carga en el condensador:  $i(t) = -dq/dt$ , sustituyendo en [8], llegamos a:

$$\frac{q}{C} = -R \frac{dq}{dt} \quad [9]$$

Integrando, de la misma forma que en el caso anterior, entre el instante inicial del proceso de descarga,  $t = 0$  con  $q(0) = Q_0$ , y cualquier otro instante, obtenemos

$$\frac{-1}{RC} \int_0^t dt' = \int_{Q_0}^q \frac{dq}{q} \Rightarrow q(t) = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}} \quad [10]$$

La intensidad y la diferencia de potencial en los bornes del condensador se obtienen fácilmente:

$$i(t) = -\frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = I_0 e^{\frac{-t}{RC}} \quad [11]$$

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C} e^{\frac{-t}{RC}} \Rightarrow v_C(t) = V_0 e^{\frac{-t}{RC}} \quad [12]$$

De acuerdo con la ecuación [8] la diferencia de potencial en los bornes del condensador coincide con la que hay en los extremos de la resistencia.

Definimos la constante de tiempo,  $\tau$ , de un circuito RC como el tiempo que debe transcurrir para que la corriente que circula por él disminuya hasta alcanzar un valor igual a  $(1/e)$  de su valor inicial, es decir el 37% de la intensidad inicial ( $1/e \approx 0,37 = 37\%$ ). Por tanto, de la ecuación [5] (o de la [11]), tenemos:

$$\text{Cuando } t = \tau \Rightarrow I = \frac{1}{e} I_0 = I_0 e^{\frac{-\tau}{RC}} \Rightarrow \tau = RC \quad [13]$$

Así pues, todas las exponenciales que aparecen en las ecuaciones [5], [6], [7], [10], [11] y [12] podemos expresarlas en la forma:

$$e^{\frac{-t}{RC}} = e^{\frac{-t}{\tau}} \quad [14]$$

### MÉTODO EXPERIMENTAL

Vamos a utilizar dos condensadores conectados en paralelo. Para conseguir esto, en nuestro caso, obsérvese la conexión en la figura 2 o la de la figura 3, dependiendo del tipo de condensadores que esté usando.

Realice el montaje del circuito de la figura 1, situando inicialmente el conmutador en su posición de descarga (posición inferior en la figura).

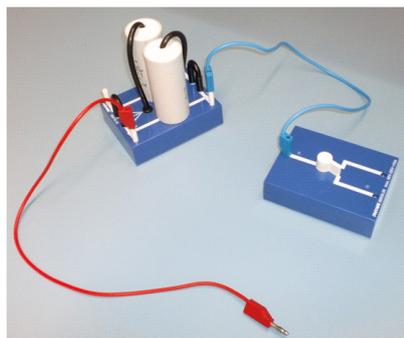


Figura 3:  
Condensadores (B) en paralelo

El amperímetro debe situarse en la escala de  $20 \mu\text{A}$ , y los voltímetros en la escala de  $20 \text{V}$ , todos ellos para medidas en corriente continua. Encienda los aparatos de medida y la fuente de alimentación, que debe ajustar para que suministre una tensión aproximada de  $10\text{V}$ , que podrá medir en el voltímetro que lleva conectado.

Veamos a continuación algunos pasos intermedios del montaje del circuito.

Se recomienda que se realicen en primer lugar las conexiones a los voltímetros, tanto del resistor como de la fuente. Dichas conexiones pueden verse en las figuras 4 y 5.

Seguidamente realizamos la conexión del condensador al conmutador (esta primera conexión puede observarse también en el condensador de la figura 3). Seguimos con la conexión del punto superior del conmutador a la fuente y así hasta completar el circuito. Evite conexiones adicionales en los voltímetros, realizando el resto de conexiones en los bornes del resistor o de la fuente, respectivamente. Así tendrá una mejor visión del circuito una vez terminado. En la figura 6 se puede ver el montaje del circuito completo.

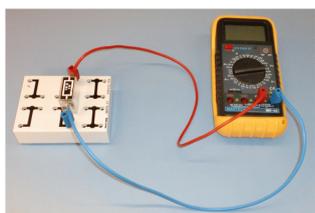


Figura 4: Resistor - Voltímetro

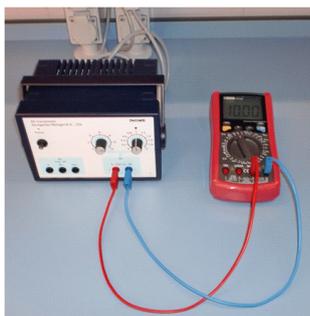


Figura 5: Fuente - Voltímetro

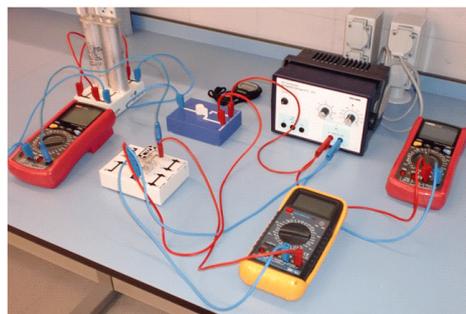


Figura 6: Montaje completo del circuito

### Proceso de carga

Antes de comenzar anote el valor de la tensión suministrada por la fuente, que debería permanecer fija durante todo el experimento.

Ponga en marcha el cronómetro a la vez que pasa el conmutador a su posición de carga (posición superior de las figuras 1 y 6).

Anote las lecturas del amperímetro y del voltímetro conectado al resistor cada cierto tiempo<sup>1</sup>, hasta que las variaciones sean muy pequeñas.<sup>2</sup>

### Proceso de descarga

Inmediatamente después de concluir el tiempo de carga pase el conmutador a la posición de descarga (posición inferior de las figuras 1 y 6), pero no pare el cronómetro.

Como en el caso anterior anote las lecturas del amperímetro y del voltímetro conectado al resistor<sup>3</sup> cada cierto tiempo hasta que sean inapreciables.<sup>4</sup>

### Tratamiento de los datos

#### ① *Proceso de carga* (Utilizando los datos tomados en el proceso de carga)

Con los datos obtenidos calcule para cada tiempo la diferencia de potencial en el condensador. Observe que, de acuerdo con la ecuación [1], será la diferencia entre la tensión fija que ha estado suministrando la fuente y la diferencia de potencial que hemos medido entre los extremos del resistor. Construya una tabla con los valores de tiempo, intensidad de corriente y tensión en el condensador. **Represente gráficamente la intensidad de corriente y la diferencia de potencial en el condensador en función del tiempo.** Además de los puntos hay que dibujar las dos curvas correspondientes, por ejemplo usando una plantilla de curvas.<sup>5</sup>

**Represente gráficamente  $\ln(I)$  frente al tiempo** (creando, previamente, la tabla de valores correspondiente) **y realice el ajuste por mínimos cuadrados a una línea recta.** Esta línea recta está basada en la ecuación [5] de la que calculamos su logaritmo neperiano. A partir de los parámetros del ajuste, **determine los valores de la intensidad inicial en el proceso de carga y de la constante de tiempo del circuito**, así como sus correspondientes errores.

Represente también gráficamente la **diferencia de potencial en el resistor frente a la intensidad de corriente.** Realice el ajuste por mínimos cuadrados, y **determine el valor de la resistencia** (y su error) a partir de los parámetros de ajuste. Esta representación está basada en la ley de Ohm.

Con los datos obtenidos de la constante de tiempo y la resistencia **calcule el valor de la capacidad del sistema de condensadores** usado en el experimento.

#### ② *Proceso de descarga* (Utilizando los datos tomados en el proceso de descarga)

**Represente gráficamente, y por separado, la intensidad de corriente y la diferencia de potencial en el condensador<sup>6</sup> en función del tiempo.** Además de los puntos hay que dibujar las dos curvas correspondientes, mediante una plantilla de curvas, por ejemplo.

**Represente gráficamente, y por separado,  $\ln(I)$  y  $\ln(V_c)$  frente al tiempo** (creando, previamente, las tablas de valores correspondientes) **y realice los dos ajustes por mínimos cuadrados a una línea recta.** Estas líneas

<sup>1</sup> Para la toma de datos se recomienda que un alumno se encargue del cronómetro, el conmutador y la lectura del amperímetro, y que su compañero tome nota de la lectura del voltímetro conectado al resistor, además de anotar la del voltímetro conectado a la fuente, que debería mantenerse fija durante todo el experimento.

<sup>2</sup> De acuerdo con la capacidad de los condensadores usados y la resistencia del circuito, se aconseja tomar las medidas en los siguientes tiempos: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 100, 120, 150, 180 y 240 segundos.

<sup>3</sup> Ahora las lecturas deben ser de signo contrario a las tomadas en el proceso de carga. Si en el proceso de carga hemos conectado adecuadamente las polaridades de los tres aparatos de medida, entonces las medidas serán positivas. En tal caso, durante el proceso de descarga las medidas serán negativas en el amperímetro y en el voltímetro conectado al resistor. Esto es debido a que la corriente circula ahora en sentido contrario. Por tanto, no tenga en cuenta este signo cuando tome los datos.

<sup>4</sup> En el proceso de descarga se aconseja tomar medidas en los mismos tiempos que en el proceso de carga, esto es: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 100, 120, 150, 180 y 240 segundos. Pero como no tenemos tiempo de parar el cronómetro, seguiremos con su lectura, de forma que 4 minutos y 10 segundos corresponderá a los 10 segundos del comienzo del proceso de descarga. Es muy importante recordar que en cuanto se cumplan los 4 minutos del proceso de carga, el alumno responsable de ello debe realizar la última lectura del proceso de carga y simultáneamente cambiar el conmutador para que comience en ese mismo instante la descarga del condensador.

<sup>5</sup> Pueden representarse estas dos curvas en una misma gráfica.

<sup>6</sup> Ahora la diferencia de potencial entre los extremos del condensador será la misma que entre los extremos del resistor (ecuación [8]).

rectas están basadas en las ecuaciones [11] y [12], respectivamente, de las que calculamos su logaritmo neperiano. A partir de los parámetros de los dos ajustes, **determine los valores de la intensidad inicial y tensión inicial en el proceso de descarga así como la constante de tiempo del circuito**, sin olvidar sus correspondientes errores.<sup>7</sup>

### CUESTIONES

- 1.- ¿Qué función desempeña la resistencia  $R$ ? ¿Qué ocurriría si pusiésemos una resistencia diez veces más pequeña?
- 2.- En el proceso de carga, ¿cuánto tiempo debe transcurrir para que la diferencia de potencial en el condensador sea igual a la de la fuente? ¿Por qué?
- 3.- Calcule el tiempo que debe transcurrir, en nuestro circuito, para que el sistema de condensadores adquiera el 99% de la carga máxima posible.

---

<sup>7</sup> ¿Coinciden los valores de la constante de tiempo calculada mediante los dos ajustes? ¿Coinciden con la calculada en el proceso de carga?