

# Ampliación de Cálculo

Año: 2012  
Ejercicios. Tema 5.



Pablo Alberca Bjerregaard

## INTEGRALES DE LÍNEA

**Ejercicio 1** Calcule el trabajo realizado por la fuerza  $F(x, y) = (y^2, xy + x^2)$  sobre una partícula que se desplaza desde el punto  $p = (1, 1)$  hasta  $q = (2, 4)$ :

- Por el segmento que los une.
- Por la parábola  $y = x^2$ .

**Ejercicio 2** Dada la integral  $\int_C (6xy^3 + 5)dx + (ax^2y^b)dy + 6z^2dz$ :

- Halle el valor de  $a$  y  $b$  para que el integrando admita función potencial.
- Para esos valores, halle la integral curvilínea si  $C$  es cualquier camino regular a trozos que une  $p = (0, 1, 1)$  y  $q = (1, \sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ .

**Ejercicio 3** Considere el campo vectorial en  $\mathbb{R}^3$

$$G(x, y, z) = \left( -\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}, \sin z \right), \quad x, y \neq 0.$$

- Demuestre que es un campo vectorial irrotacional.
- Calcule el valor de la integral de línea  $\oint_{\Gamma} G \cdot d\gamma$  con  $\Gamma \equiv \gamma(t) = (\cos t, \sin t, \cos(4t))$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

**Ejercicio 4** Sea  $C$  la curva en  $\mathbb{R}^3$  obtenida como intersección de las superficies  $y = x^2$  y  $z = \frac{2}{3}xy$ . Consideremos los puntos de la curva  $p = (0, 0, 0)$  y  $q = (1, 1, \frac{2}{3})$ . Pruebe que la longitud de  $C$  entre  $p$  y  $q$  es  $5/3$  y calcule  $\int_C x^2 dx + ydy + x^2 y dz$ .

**Ejercicio 5** Calcule la masa total de un muelle de densidad  $\rho(x, y, z) = z^2$ , que rodea al cilindro de base  $x^2 + y^2 = r^2$  y altura  $h$  y lo rodea 4 veces (Figura ??). ¿Sería capaz de reproducir la figura con la ayuda de Mathematica?

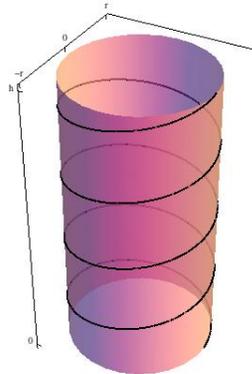


Figura 1: Curva dando 4 vueltas a un cilindro.

	Alberca Bjerregaard, Pablo (2012). Ampliación de Cálculo	
	OCW- Universidad de Málaga <a href="http://ocw.uma.es">http://ocw.uma.es</a> Bajo licencia Creative Commons Attribution-Non-Comercial-ShareAlike	