

Ampliación de Cálculo

Año: 2012
Prueba. Tema 8.

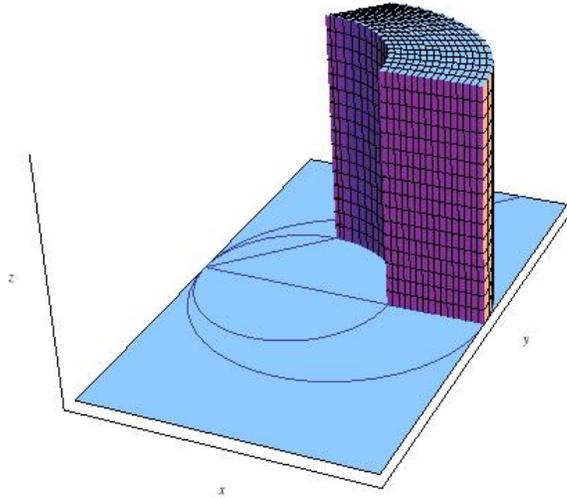


Pablo Alberca Bjerregaard

INTEGRAL TRIPLE. TEOREMA DE GAUSS.

Problema 1 Sea S el trozo de paraboloides $z = 1 - x^2 - y^2$ que descansa sobre el plano XY y F el campo vectorial en \mathbb{R}^3 dado por $F(x, y, z) = (x, y, 2(1 - z))$. Determine el flujo $\phi_S(F)$ directamente y cambiando, razonadamente, la superficie S por otra más simple usando algún teorema integral.

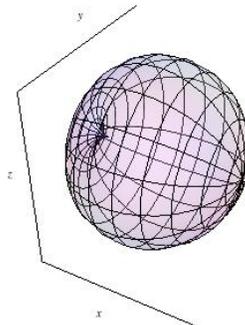
Problema 2 Calcule el flujo exterior del campo vectorial $G(x, y, z) = (y^{z+1}, z^{x+1}, x + y + z)$ en \mathbb{R}^3 a través de la pieza:



limitada por las superficies $z = 0$, $z = 5$, $x^2 + y^2 = 2bx$, $x^2 + y^2 = 2ax$, $y = x$, $y = 0$, donde $0 < a < b < 2a$.

Problema 3 Considere la superficie generada al girar parte de la cardioide $\rho = 2a(1 + \cos \theta)$, $\theta \in [0, \pi]$, $a > 0$.

a) Parametrice la superficie de revolución que se obtiene al girar dicha curva alrededor del eje X .



b) Con su ayuda, demuestre que el volumen que encierra dicha superficie es $\frac{64}{3}\pi a^3$.

Problema 4 Calcule el volumen del sólido en \mathbb{R}^3 limitado por el hiperboloide de una hoja $x^2 + y^2 - (z - 2)^2 = 1$ y los planos $z = 0$ y $z = 3$ (Figura ??.)

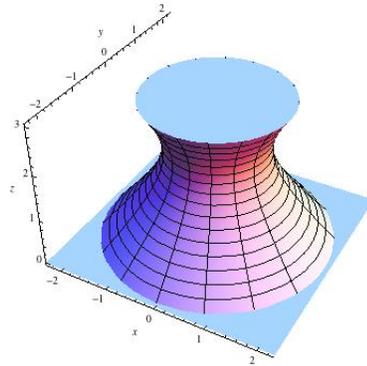


Figura 1: Región del Problema ??.

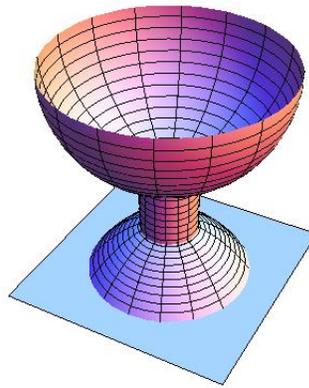


Figura 2: Un cáliz.

Problema 5 Observe la Figura ??. Se trata de un cáliz. La base es el paraboloide $x^2 + y^2 = -z + \frac{1}{2}$, con $z \in [0, \frac{1}{2}]$, a continuación un trozo del cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$, y por último, el trozo de la esfera $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$, con $z \in [1, 2 + 1/\sqrt{2}]$. Calcule el flujo exterior del campo $F(x, y, z) = (y^2z, xz^2, x^2)$ a través del cáliz.

Problema 6 Un globo poroso lleno de gas tiene la forma de la esfera truncada $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16$, con $z \geq 0$. Si el gas se filtra a través del globo según un campo de velocidades $V = \nabla \times \Psi$, con $\Psi = (-y, x, 0)$, determine el flujo de gas que escapa (flujo de V).

	Alberca Bjerregaard, Pablo (2012). Ampliación de Cálculo	
	OCW- Universidad de Málaga http://ocw.uma.es Bajo licencia Creative Commons Attribution-Non-Commercial-ShareAlike	