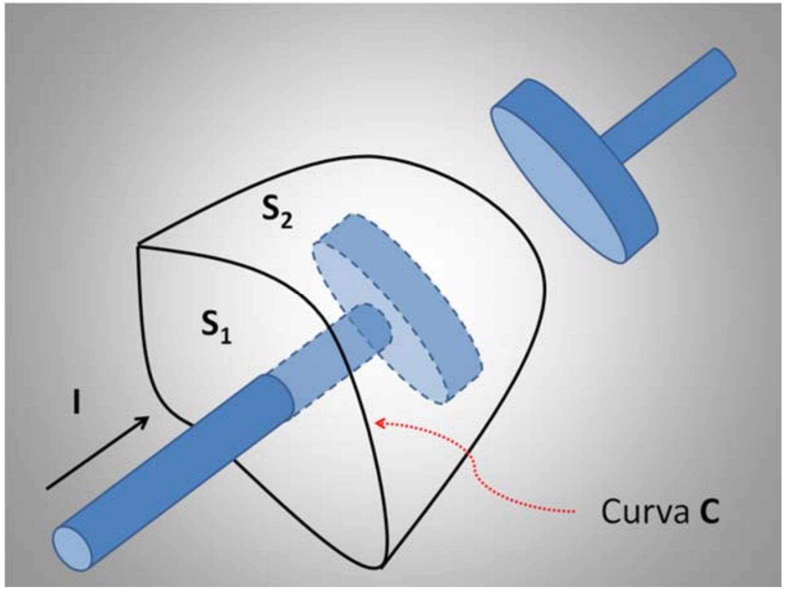
TEMA 3

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

ECUACIONES DE MAXWELL

Corriente de desplazamiento de Maxwell

Condensador con una de sus placas rodeada por dos superficies S_1 y S_2, limitadas por la misma curva C



Ley de Ampère no es válida cuando la corriente no es continua

Para la superficie S_2

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Para la superficie S_1

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o I$$

Maxwell generaliza la expresión sustituyendo la corriente I de la ecuación Ampère por la suma de la corriente I y otro término I_d, denominado corriente de desplazamiento de Maxwell:

$$\boxed{I_d = \varepsilon_o \frac{\partial \phi_E}{\partial t}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o (I + I_d) = \mu_o \left(I + \varepsilon_o \frac{\partial \phi_E}{\partial t} \right)$$

Ley generalizada de Ampère o ley de Ampère-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \left(I + \varepsilon_o \frac{\partial \phi_E}{\partial t} \right)$$

Ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss para el c. eléctrico

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_n}{\varepsilon_o}$$

El flujo del c. eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a Q/ε_o

2. Ley de Gauss para el c. magnético

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

El flujo del c. magnético a través de una superficie cerrada es nulo

3. Ley de Faraday

Circulación del c. eléctrico por una curva cerrada

Superficie encerrada por la curva

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$fem = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

La fem inducida en un circuito cerrado es igual a la variación del flujo del c. magnético

4. Ley de Ampère-Maxwell

Circulación del c. magnético por una curva cerrada

Superficie encerrada por la curva

Corriente de desplazamiento

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(I + \varepsilon_o \frac{d}{dt}\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}\right) = \mu_0\left(I + \varepsilon_o \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\right)$$

La circulación del c. magnético por un circuito cerrado es igual a la corriente externa + la corriente de desplazamiento

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(I + I_d\right)$$

Ecuaciones de Maxwell (en un medio material en el que existen fuentes de campo, Q ≠ 0 e I ≠ 0)

Ley	Expresión integral
Ley de Gauss para el campo eléctrico Relaciona un campo eléctrico con las cargas que crean ese campo	$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{Q_n}{\varepsilon_o}$
Ley de Gauss del magnetismo Explica que las líneas de campo magnético son líneas cerradas	$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$
Ley de Faraday Un campo magnético variable crea un campo eléctrico	$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
Ley de Ampère-Maxwell Una corriente o un campo eléctrico variable crean un campo magnético	$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_o \dfrac{d}{dt} \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \right)$

- Las dos primeras ecuaciones tratan aisladamente el fenómeno eléctrico y el magnético.
- Las dos últimas nos indican que un campo magnético variable con el tiempo induce un campo eléctrico y al contrario: no puede existir campo eléctrico (o magnético) variables con el tiempo sin que inmediatamente aparezca el otro (magnético o eléctrico)

Ecuaciones de Maxwell en el vacio (ausencia de fuentes, Q=0 e I =0)

Ley	Expresión integral
Ley de Gauss para el campo eléctrico	$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$
Ley de Gauss del magnetismo	$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$
Ley de Faraday	$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$
Ley de Ampère-Maxwell	$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\varepsilon_o \frac{d}{dt}\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$

Ecuaciones de Maxwell en el vacio (ausencia de fuentes, Q=0 e I =0)

Expresión integral	Expresión diferencial
$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$
$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$
$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\varepsilon_o \dfrac{d}{dt}\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$	$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_o\varepsilon_o \dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\cdot\left(E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}\right)$$

Las ecuaciones diferenciales de Maxwell implican que tanto $\vec{E}$ como $\vec{B}$ obedecen a una ecuación de onda.

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Ecuación de ondas

Una onda responde a una ecuación del tipo:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 t}$$

v es la velocidad de propagación de la onda. Cualquier función **y(x,t)** para la que se verifique la ecuación anterior da como resultado un comportamiento ondulatorio

Expresión matemática→ Función oscilante y(x,t) que verifica una ecuación

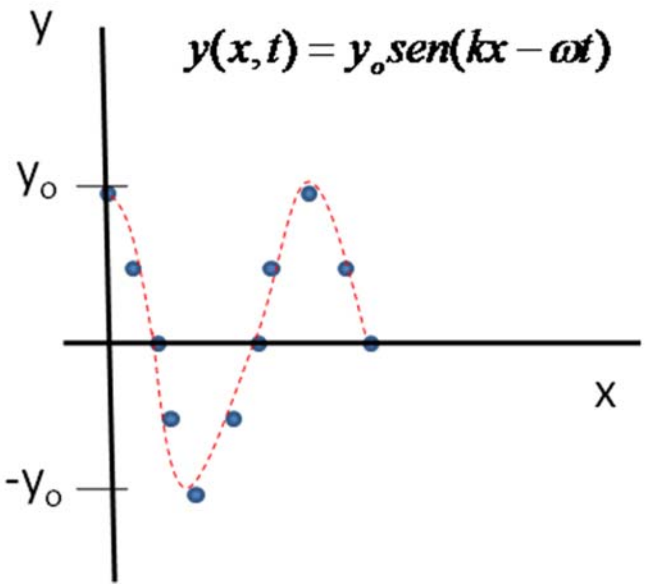
Solución = onda hacia la derecha con velocidad v + onda hacia la izquierda con velocidad -v

$$y(x,t) = y_1(x - vt) + y_2(x + vt)$$

Las funciones correspondientes a esta solución general pueden expresarse como una superposición de funciones de onda armónicas

$$y(x,t) = y_o sen(kx - \omega t)$$

$$y(x,t) = y_o sen(kx + \omega t)$$



$$y(x,t) = y_o sen(kx - \omega t)$$

$$y(x,t) = y_o sen(kx + \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = kv = 2\pi\upsilon$$

$$\lambda\upsilon = v$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

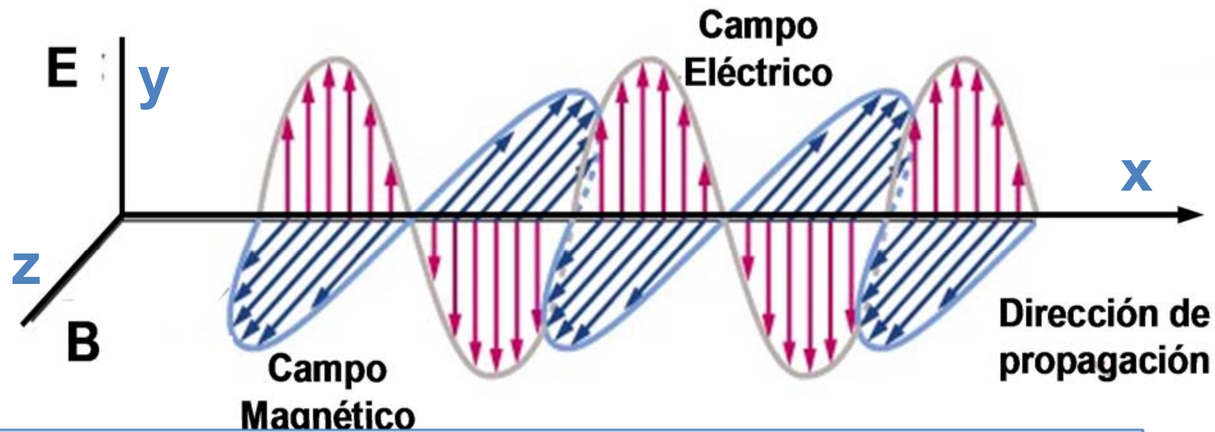
- La velocidad de la onda, ***v***
- Longitud de onda, λ (distancia entre dos puntos consecutivos que vibran en fase).
- Frecuencia angular, ω y frecuencia ,υ.
- Periodo, **T**: tiempo en que la vibración se repite.
- Número de ondas, **k.**
- Frente de ondas: puntos alcanzados por la onda a un tiempo fijo.

Ondas electromagnéticas planas

Ecuaciones de OEM

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial x^2} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial^2 t}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}(x,t)}{\partial x^2} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \vec{B}(x,t)}{\partial^2 t}$$



Velocidad de la luz en el vacio: la luz es una onda EM

Velocidad de propagación ⇒ $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_o \varepsilon_o}} \approx 3 \cdot 10^8 \, m/s$

Soluciones de las ecuaciones de ondas

$$\vec{E}(x,t) = E_o sen(kx - \omega t)\vec{j}$$
$$\vec{B}(x,t) = B_o sen(kx - \omega t)\vec{k}$$

OEM que se propaga en la dirección del eje ***x***, con el campo eléctrico paralelo al eje ***y*** y el campo magnético paralelo al eje ***z***

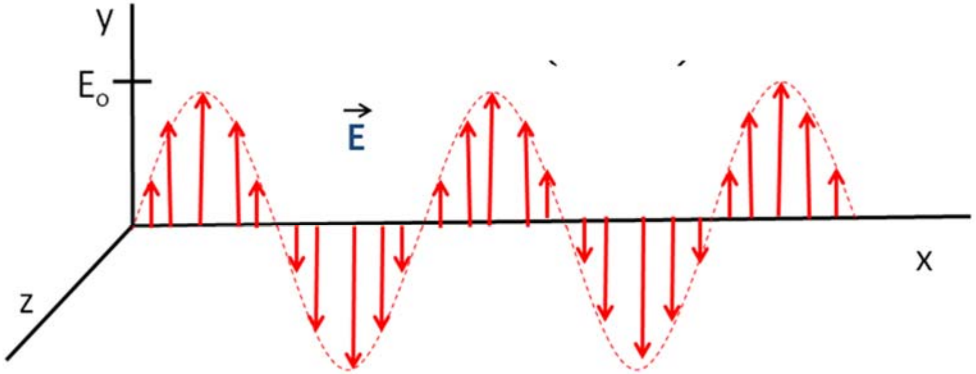
+

$$\vec{E}(x,t) = E_o sen(kx - \omega t)\vec{k}$$
$$\vec{B}(x,t) = -B_o sen(kx - \omega t)\vec{j}$$

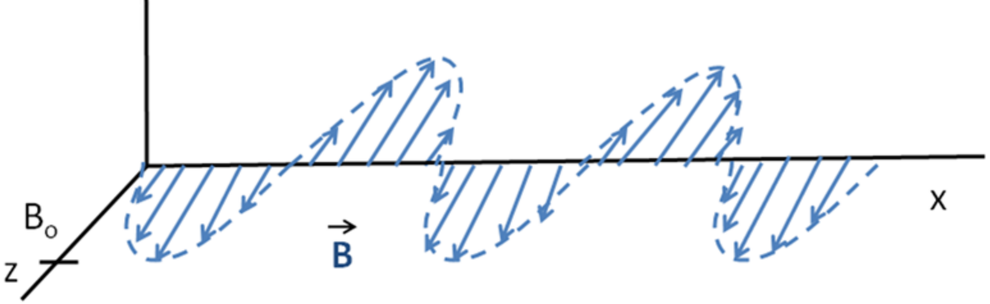
OEM que se propaga en la dirección del eje ***x***, con el campo eléctrico paralelo al eje ***z*** y el campo magnético paralelo al eje ***y***

Las ecuaciones de Maxwell implican que la ondas eléctrica y magnética viajan en fase, con amplitudes que no son independientes y dichas amplitudes son perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación

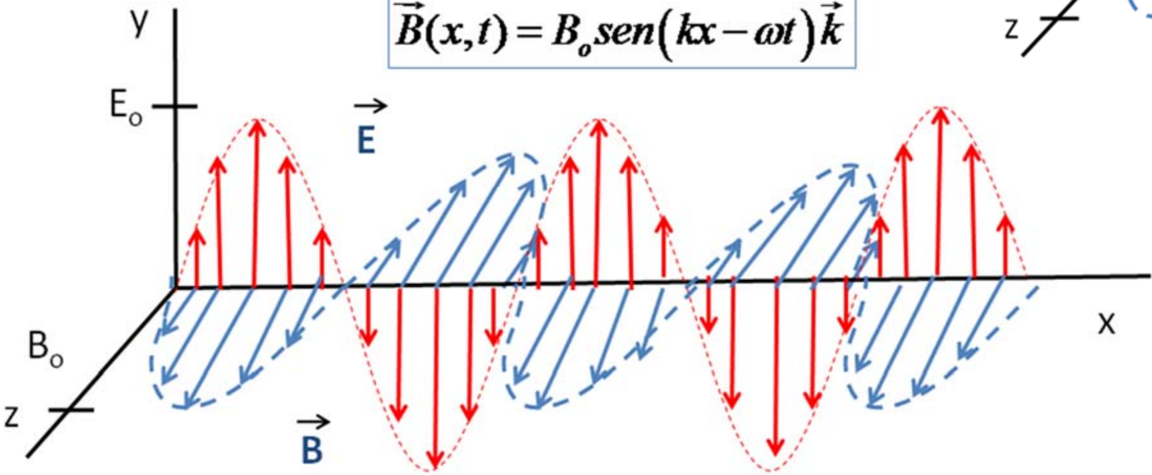
$$\vec{E}(x,t) = E_o sen(kx - \omega t)\vec{j}$$



$$\vec{B}(x,t) = B_o sen(kx - \omega t)\vec{k}$$



$$\vec{E}(x,t) = E_o sen(kx - \omega t)\vec{j}$$
$$\vec{B}(x,t) = B_o sen(kx - \omega t)\vec{k}$$



Relación entre módulo

$$B_o c = E_o$$

ENERGIA DE UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA. VECTOR DE POYNTING

La intensidad de una OEM, I, es la energía media de la onda que incide por unidad de tiempo y por unidad de área sobre una superficie perpendicular a la dirección de propagación

La intensidad es el producto de la densidad media de energía ($\overline{\eta}$) por la velocidad de la onda (v = c)

$$I = \overline{\eta} c$$

Intensidad instantánea

$$I_i = \frac{dW}{dtdS} = \eta c$$

Supongamos que en una región del espacio vacio existe una OEM propagándose en la dirección OX. Debido a la existencia de un campo eléctrico y de otro magnético, existen dos densidades de energía una la eléctrica y otra la magnética:

$$\eta_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2$$

$$\eta_B = \frac{1}{2\mu} B^2$$

$$E = Bc$$

$$\eta_E = \eta_B$$

La energía transportado por la OEM está repartida por igual entre el campo eléctrico y el magnético, siendo la densidad de energía total:

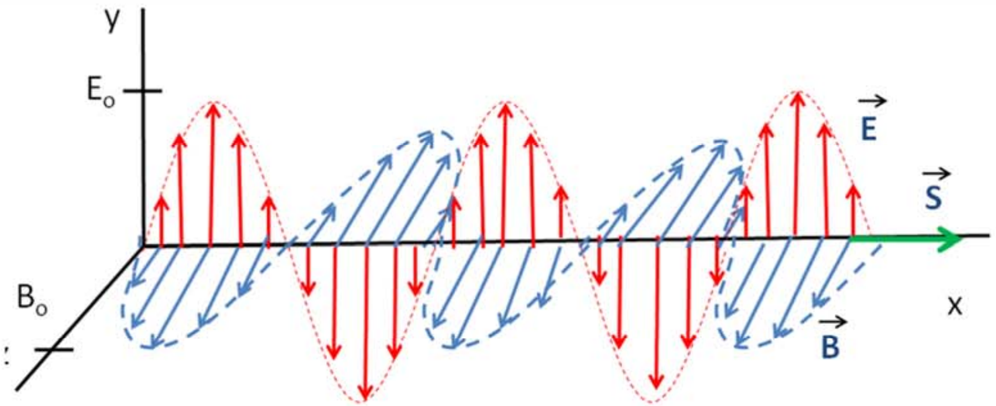
$$\eta = \eta_E + \eta_B = \varepsilon_o E^2 = \frac{B^2}{\mu_o} = \frac{1}{\mu_o c} EB$$

$$I_i = \eta c = c\varepsilon_o E^2 = \frac{cB^2}{\mu_o} = \frac{1}{\mu_o} EB$$

Intensidad instantánea

$$I_i = \frac{1}{\mu_o} EB$$

Se define el ***vector de Poynting*** **,** $\vec{S}$ **,** como el vector cuyo módulo es la energía que la onda comunicaría por unidad de tiempo y de área, a un plano perpendicular a la dirección de propagación (el módulo del vector de Poynting es la intensidad instantánea de la onda)



Expresión general del vector de Poynting

$$\vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_o}$$

Módulo del vector de Poynting

$$S = c\frac{B_o^2}{\mu_o}sen^2(kx-\omega t)$$

$$\vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_o} = \frac{E_o B_o}{\mu_o}sen^2(kx-\omega t)\vec{i} = c\frac{B_o^2}{\mu_o}sen^2(kx-\omega t)\vec{i}$$

La intensidad es el valor promedio del módulo del vector de Poynting

$$I = S_{\langle m\rangle} = \frac{1}{T}\int_o^T I_t dt = \frac{1}{T}\int_o^T S dt = \frac{1}{T}\int_o^T c\frac{B_o^2}{\mu_o}sen^2(kx-\omega t)dt = c\frac{B_o^2}{2\mu_o} = \frac{1}{2}\frac{E_o B_0}{\mu_o}$$

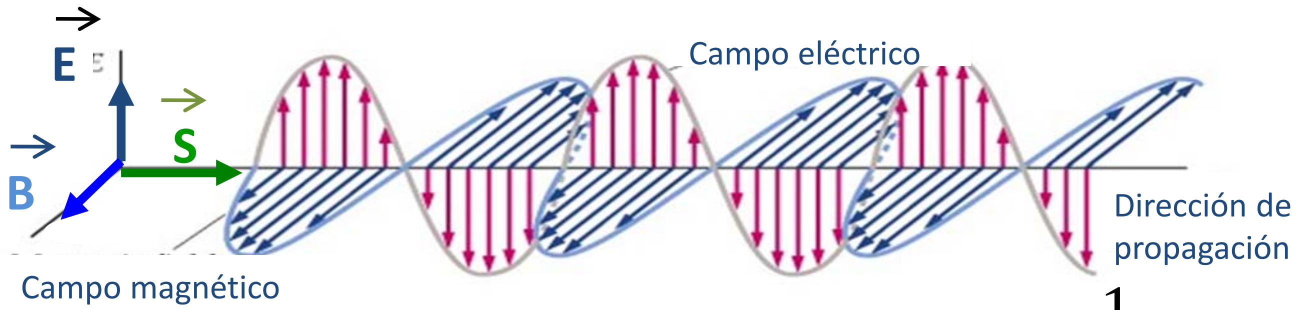
Intensidad

$$I = \frac{1}{2}\frac{E_o B_o}{\mu_o}$$

Valor medio del módulo del vector de Poynting

$$S_{\langle m\rangle} = \frac{1}{2}\frac{E_o B_o}{\mu_o}$$

Energía de una OEM



Densidad de energía del campo eléctrico ⟹ $$\eta_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2 sen^2(kx-\omega t)$$

Densidad de energía del campo magnético ⟹ $$\eta_E = \frac{1}{2\mu_o} B_o^2 sen^2(kx-\omega t)$$

Densidad de energía total de a OEM ⟹ $$\eta = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_o E_o^2 + \frac{B_o^2}{\mu_o}\right) sen^2(kx-\omega t)$$

Densidad media de energía ⟹ $$\overline{\eta} = \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o = \frac{1}{2}\frac{B_o^2}{\mu_o} = \frac{1}{2}\frac{E_o B_o}{c\mu_o}$$

Intensidad ⟹ $$I = \overline{\eta}c = S_{\langle m \rangle}$$

CANTIDA DE MOVIMIENTO DE UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA. PRESIÓN DE RADIACIÓN

La cantidad de movimiento, $\vec{p}$**,** que transporta una onda electromagnética es la energía total que transporta dividida por la velocidad de la luz, y su dirección es la de propagación de la onda

$$\vec{p} = \frac{W}{c}\vec{u}$$

La cantidad de movimiento por unidad de tiempo, es una fuerza

$$\frac{p}{t} = \frac{W}{tc} \equiv Fuerza$$

La intensidad dividida por c, es una fuerza por unidad de superficie (una presión)

$$\frac{I}{c} = \frac{W}{tAc} = \frac{p}{tA} \equiv \frac{Fuerza}{A} \equiv \Pr esión$$

Una onda electromagnética ejerce una presión sobre la superficie sobre la que incide, la ***presión de radiación, P_r .***

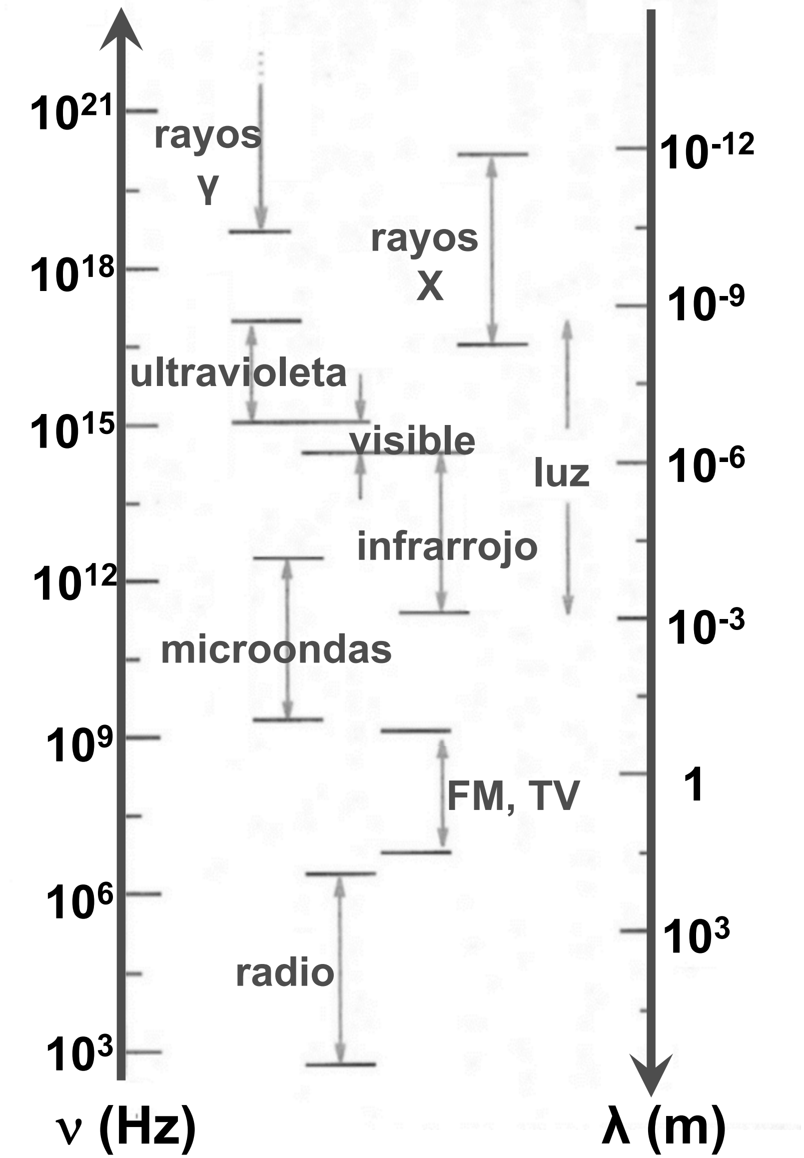
Valor de la presión de radiación si la superficie sobre la que incide la onda electromagnética absorbe toda la energía

$$P_R = \frac{I}{c} = \frac{S}{c} = \frac{E_o B_o}{c\mu_o}$$

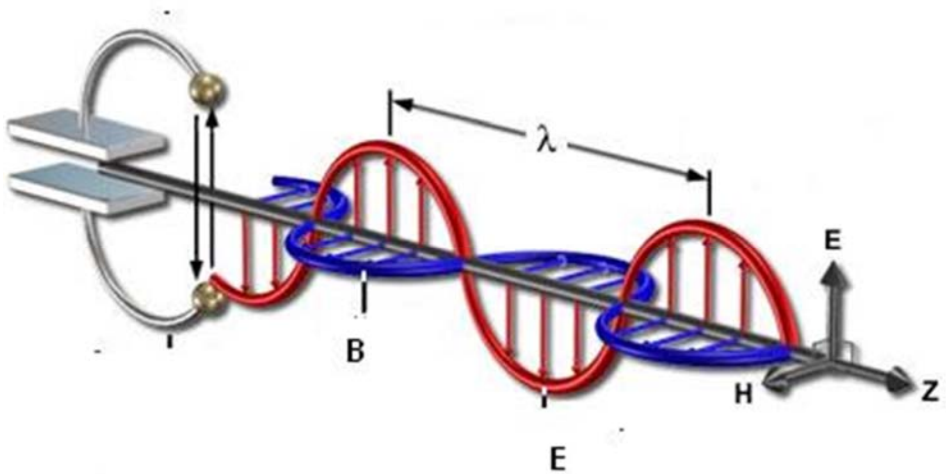
Valor de la presión de radiación si la superficie sobre la que incide la onda electromagnética refleja toda la energía

$$P_R = 2\frac{I}{c} = 2\frac{S}{c} = 2\frac{E_o B_o}{\mu_o}$$

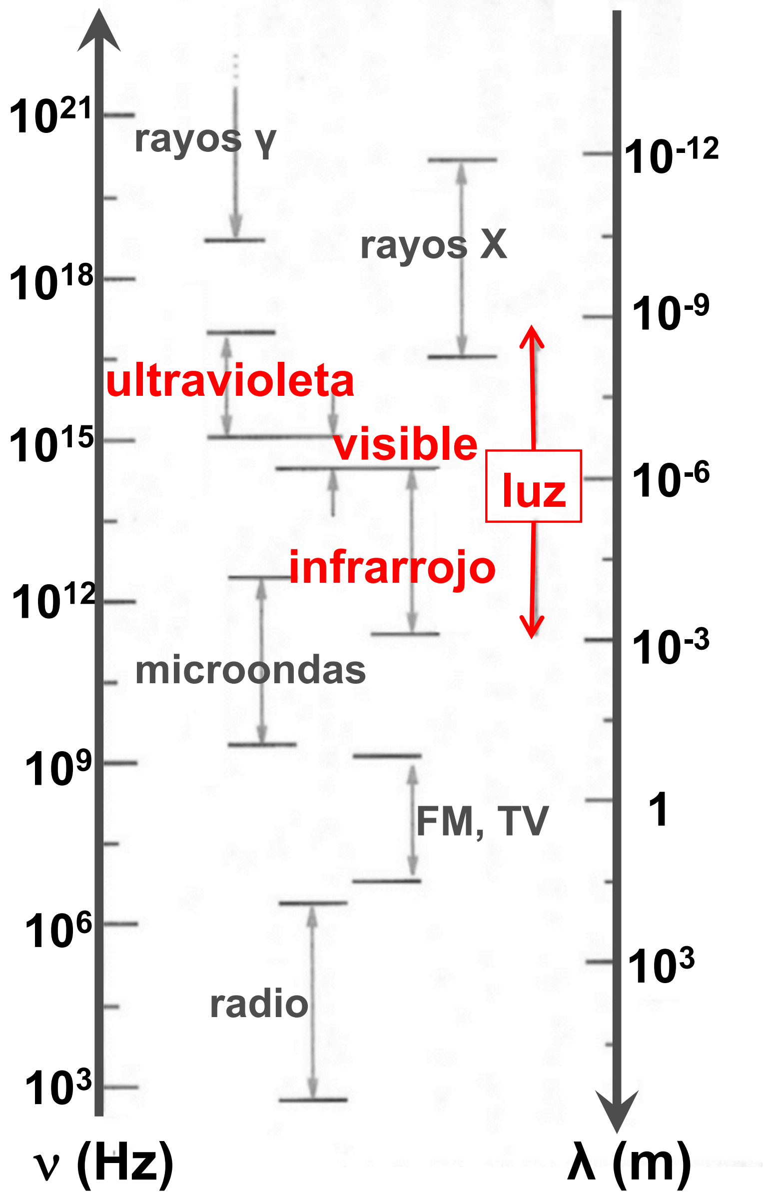
ESPECTRO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS



El espectro de ondas electromagnéticas es la clasificación de las OEM en orden creciente (decreciente) de su frecuencia (longitud de onda)

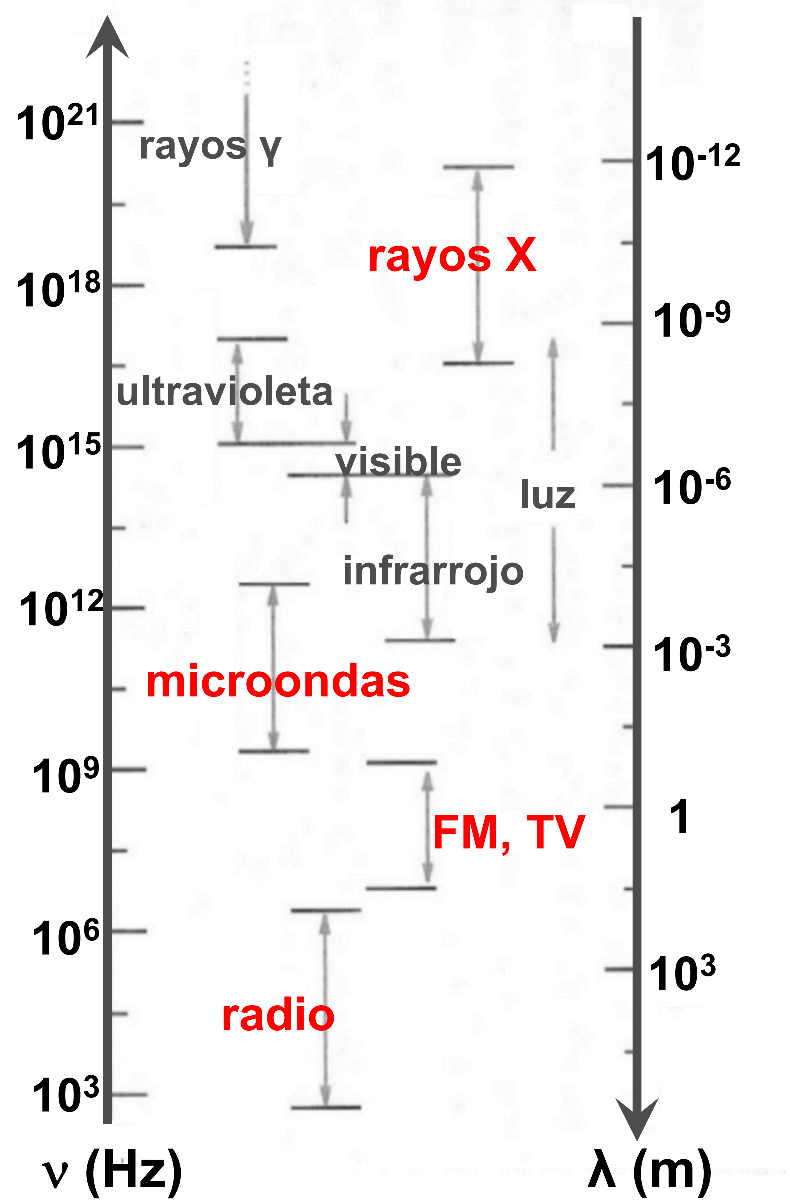


ESPECTRO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS



El espectro de ondas electromagnéticas es la clasificación de las ondas electromagnéticas en orden creciente (decreciente) de su frecuencia (longitud de onda)

* El ojo humano es sensible a la radiación electromagnética con λ entre los 400 nm y 700 nm aprox., se denomina ***luz visible***. Las OEM con λ ligeramente inferiores a las de la luz visible se denominan ***rayos ultravioletas*** y los que poseen λ ligeramente superiores, se conocen como ***ondas infrarrojas***. La radiación térmica emitida por los cuerpos a temperatura ordinarias se encuentra en la región infrarroja del espectro electromagnético.



$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Los ***rayos X***, tienen λ cortas y υ elevadas, penetran fácilmente en muchos materiales que son opacos a ondas luminosas de menores υ, que son absorbidas por dichos materiales. Las ***microondas*** tienen λ del orden de algunos centímetros y υ que son cercanas a las frecuencias de resonancia natural de las moléculas de agua que hay en sólidos y líquidos, por lo que son fácilmente absorbidas por las moléculas de agua que contienen los alimentos, que es el mecanismo mediante el cual calientan los hornos microondas.

Si λ es del orden del m las onda son de ***TV y FM***. Si sigue aumentando λ llegamos a las ***ondas de radio*** (onda corta y larga)

PRODUCCIÓN Y DETECCIÓN DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

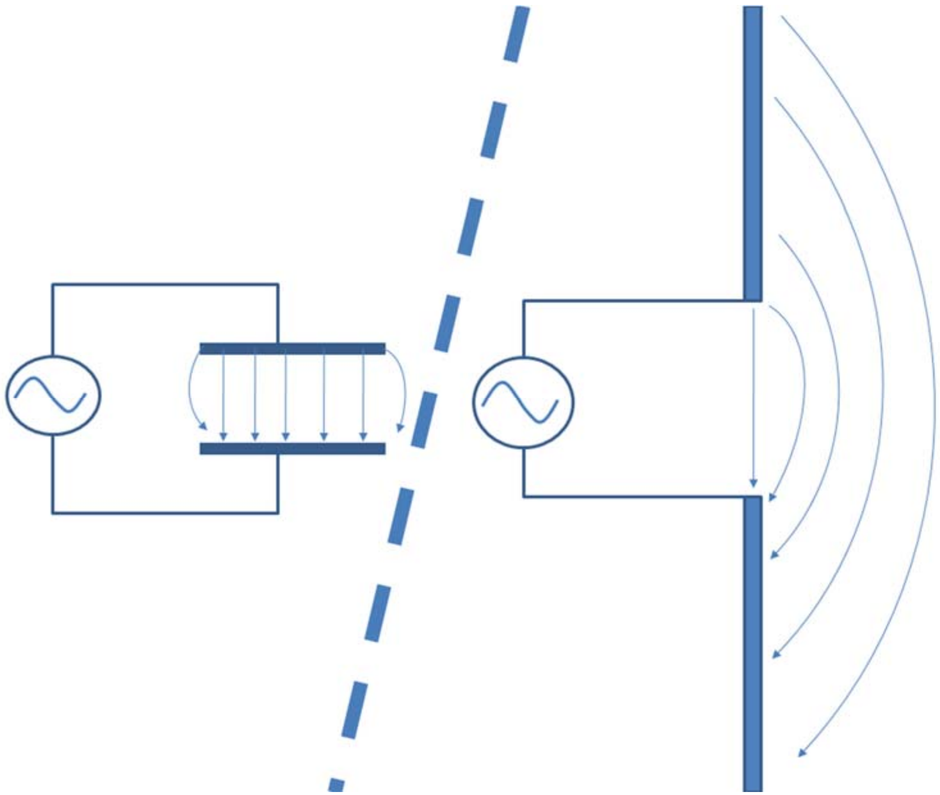
Producción de ondas electromagnética

Una ***antena*** es un circuito que emite ondas electromagnéticas de forma eficiente

La eficiencia de una antena en la emisión depende de la **geometría del circuito emisor**.

Un condensador y un generador de corriente alterna:

- Si se abren las placas del condensador, el **campo eléctrico alterno** deja de estar confinado en el volumen entre las mismas y **se irradia hacia el exterior**.
- La situación óptima aparece cuando las placas forman dos **varillas**.



Producción y detección de ondas electromagnética

- Las **líneas de campo eléctrico** se asemejan a las creadas por un **dipolo eléctrico**.
- Las **líneas de campo magnético** son circunferencias concéntricas alrededor de la antena.

- $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares.
- $\vec{E}$ es **máximo** en todos los puntos de la varilla.
- $\vec{B}$ es **nulo** el los puntos del eje de la varilla.
- $\vec{E}$ y $\vec{B}$ oscilan con la **frecuencia** del alternador conectado al circuito.
- $\vec{E}$ y $\vec{B}$ se propagan **radialmente** alejándose de la antena a la velocidad c (en el vacío).