

VARIABLES ALEATORIAS Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Lorenzo J. Tardón

Departamento: Ingeniería de Comunicaciones

Universidad de Málaga. Andalucía Tech

Área de conocimiento: Teoría de la Señal y Comunicaciones

Nivel: Segundo curso de Grado en

Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación

En este documento se plantean ejercicios de ejemplo en relación con los contenidos de la asignatura.

Para ejercicios adicionales, puede acudir a la bibliografía seleccionada.

Capítulo 2

Funciones de variables aleatorias

1. Sea X una variable aleatoria exponencial, con función de densidad de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}, & 0 \leq x \end{cases}$$

- a) Represente dicha función de densidad de probabilidad.
- b) Calcule y represente la función de distribución de probabilidad $F_X(x)$.
- c) Obtenga la función de densidad de probabilidad y la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria $Y = X^2$.
- d) Obtenga la función de densidad de probabilidad y la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria $Z = 2X^2 + 1$.
- e) Obtenga el valor esperado de $W = e^{-X}$: $E[W] = E[e^{-X}]$.

2. Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ kx, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & 1 \leq x \end{cases}$$

Sea Y una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad

$$f_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ 2(1 - y), & 0 \leq y < 1 \\ 0, & 1 \leq y \end{cases}$$

X e Y son variables aleatorias independientes.

- Determine el valor de la constante k .
- Represente la función de densidad de probabilidad $f_X(x)$.
- Represente la función de densidad de probabilidad $f_Y(y)$.
- Obtenga y represente la función de densidad de probabilidad de Z : $f_Z(z)$, con $Z = X + Y$.

3. Sea la variable aleatoria bidimensional (X, Y) definida por medio de la función de densidad de probabilidad

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } 0 \leq y < x, 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- a) Determine el valor de la constante k .
- b) Determine las funciones de densidad de probabilidad marginales: $f_X(x)$ y $f_Y(y)$.
- c) Indique si las variables aleatorias X e Y son independientes.
- d) Determine las funciones de distribución de probabilidad marginales: $F_X(x)$ y $F_Y(y)$.
- e) Obtenga la función de densidad de probabilidad condicional $f_{X|Y}(x|y)$.
- f) Obtenga la función de densidad de probabilidad condicional $f_{Y|X}(y|x)$.
- g) Obtenga la función de densidad de probabilidad de $Z = e^{-X}$: $f_Z(z)$.

VARIABLES ALEATORIAS Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Lorenzo J. Tardón

Departamento: Ingeniería de Comunicaciones

Universidad de Málaga. Andalucía Tech

Área de conocimiento: Teoría de la Señal y Comunicaciones

Nivel: Segundo curso de Grado en

Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación