



Matemáticas III
Relación de ejercicios Tema 7

Ejercicios

Ej. 1 — Usa el método de separación de variables encuentra soluciones de las siguientes EDPs de primer orden:

$$\begin{array}{ll} 1. u_x^2 = u_y. & 3. y \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = 2xyu. \\ 2. x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u. & 4. u^2 u_x = u_y^2 \end{array}$$

Ej. 2 — Sea φ un campo escalar arbitrario de clase C^1 en \mathbb{R}^2 y $z = u(x, y)$. Encuentra la EDP que tiene como solución general:

$$1. \varphi(x^2 + y^2, x^2 - \ln z) = 0. \quad 2. \varphi\left(\frac{x+y}{xy}, \frac{z}{xy}\right) = 0.$$

Ej. 3 — Por el método de las características, halla la solución $u(x, y)$ de las EDP:

- $yu_x - xu_y = 2xyu$ que contiene a la recta $x = y = z$.
- $xy(u_x - u_y) = u(x - y)$ que contiene a la hipérbola $y^2 + z^2 = x^2$; $z = 1$.

Ej. 4 — Encuentra las superficies cuyo plano tangente en cada punto corta al eje z en un punto de ordenada igual y de signo contrario a la ordenada del punto de contacto. Halla la solución particular que contiene a la hipérbola $x^2 - y^2 = 1$; $z = 1$.

Ej. 5 — Encuentra la ecuación de la superficie que en cada punto P el plano tangente es ortogonal al vector que une P con el origen de coordenadas y que contiene a la curva $x^2 + y^2 = 1$; $z = 1$.

Ej. 6 — Por el método de separación de variables encuentra soluciones de las siguientes EDPs de segundo orden:

$$1. yu_{xy} = 1. \quad 2. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + u = 0.$$

Ej. 7 — Resuelve los siguientes problemas de contorno para la ecuación de ondas $u_{tt} = 4u_{xx}$:

$$1. \begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ u_t(x, 0) = ux^3 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} u(x, 0) = \frac{3}{40} \sin x - \frac{1}{40} \sin(3x) \\ u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

Soluciones

Solución (Ej. 1) —

- 1.
2. $u(x, y) = Cx^k y^{3-k}$, con C, k constantes.
3. $u(x, y) = Ce^{\frac{k}{2}(x^2+y^2)-y^2}$.
- 4.

Solución (Ej. 2) —

- 1.
- 2.

Solución (Ej. 3) —

- 1.
- 2.

Solución (Ej. 6) —

- 1.
- 2.

Solución (Ej. 7) —

- 1.
- 2.



OCW UMA

2014. OCW-Universidad de Málaga, <http://ocw.uma.es>. Bajo licencia Creative Commons Attribution- NonComercial-ShareAlike 3.0 Spain

