Variables aleatorias
y
procesos estocásticos

Lorenzo J. Tardón
Departamento: Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Málaga. Andalucia Tech
Área de conocimiento: Teoría de la Señal y Comunicaciones
Nivel: Segundo curso de Grado en
Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación

En este documento se plantean ejercicios de ejemplo en relación con los contenidos de la asignatura.

Para ejercicios adicionales, puede acudir a la bibliografía seleccionada.

Capítulo 1

Probabilidad. Variables aleatorias

1. Una variable aleatoria X toma valores enteros en el intervalo $[1, 5]$ de acuerdo con la siguiente tabla de probabilidades:

x	1	2	3	4	5
P(x)	0.05	0.15	0.10	0.45	0.25

   a) Compruebe que $P(x)$ define una función de densidad de probabilidad.

   b) Represente la función de densidad de probabilidad $f_X(x)$.

   c) Obtenga y represente la función de distribución de probabilidad $F_X(x)$.

   d) Calcule $P(X \leq 4)$.

   e) Calcule $P(X > 4)$.

   f) Calcule $P((X = 1) \cup (X = 5))$.

   g) Calcule $P(X = 3|X \leq 4)$.

   h) Calcule $E[X] = \eta_X$.

   i) Calcule $E[X^2] = VCM(X)$.

   j) Calcule $E[(X - \eta_x)^2] = \sigma_X^2$.

2. Una variable aleatoria bidimensional (X, Y) toma valores de acuerdo con la siguiente tabla de probabilidades:

$Y \backslash X$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$
2	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{5}$
3	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{15}$

   a) Compruebe que la tabla mostrada define correctamente una función de densidad de probabilidad.

   b) Obtenga y represente en forma de tabla la función de distribución de probabilidad $F_X(x)$.

   c) Obtenga y represente la función de densidad de probabilidad marginal de X: $f_X(x)$.

   d) Obtenga y represente la función de densidad de probabilidad marginal de Y: $f_Y(y)$.

   e) Obtenga $P((X, Y) = (2, 1))$.

   f) Calcule $P(X > 2)$.

   g) Calcule $P(X = 3|Y = 1)$.

   h) Calcule $P(X \geq 2|Y \leq 2)$.

   i) Calcule $E[X] = \eta_X$.

   j) Calcule $E[X^2] = VCM(X)$.

k) Calcule $E[(X - \eta_x)^2] = \sigma_X^2$.

l) Calcule $E[Y] = \eta_y$.

m) Calcule $E[Y^2] = VCM(Y)$.

n) Calcule $E[(Y - \eta_y)^2] = \sigma_Y^2$.

ñ) Calcule $E[XY] = R_{XY}$.

o) Obtenga $C_{XY} = E[(X - \eta_X)(Y - \eta_Y)]$.

p) Calcule $\rho_{XY} = \frac{C_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$.

3. Sea $f_X(x)$ la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria X:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ k, & -1 \leq x < 0 \\ \frac{1}{2}e^{-x}, & 0 \leq x \end{cases}$$

a) Determine k.

b) Represente la función de densidad de probabilidad $f_X(x)$.

c) Obtenga y represente la función de distribución $F_X(x)$.

d) Calcule $P(X \leq 2)$.

e) Calcule $P(X > 2)$.

f) Calcule $P((X \leq 1) \cup (X \geq 5))$.

g) Calcule $P(X \leq 0 | X \leq 1)$.

h) Calcule $E[X] = \eta_X$.

i) Calcule $E[X^2] = VCM(X)$.

j) Calcule $E[(X - \eta_x)^2] = \sigma_X^2$.

Variables aleatorias
y
procesos estocásticos

Lorenzo J. Tardón
Departamento: Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Málaga. Andalucia Tech
Área de conocimiento: Teoría de la Señal y Comunicaciones
Nivel: Segundo curso de Grado en
Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación