

Apellidos:	
Nombre:	DNI:

## ÁLGEBRA LINEAL Y MATEMÁTICA DISCRETA.

6 de febrero de 2013

E.T.S. Ingeniería de Telecomunicación.

- Grupo A de Sist. de Telecom.   
 Grupo A de Sist. Electrón.   
 Grupo A de Son. e Im.   
 Grupo A de Telem.  
 Grupo B de Sist. de Telecom.   
 Grupo B de Sist. Electrón.   
 Grupo B de Son. e Im.   
 Grupo B de Telem.

1. Consideremos el subconjunto de los números complejos  $G = \{1, -1, i, -i\}$  con la operación de multiplicación habitual.

a) Pruebe que  $(G, \cdot)$  es un grupo abeliano.

b) Consideremos la función  $f: G \rightarrow G$  definida  $f(z) = z^2$ . Justifique si  $f$  es o no es biyectiva y encuentre, si existe, la función inversa  $f^{-1}$ .

2. Considere, en  $\mathbb{R}^4$ , el subespacio  $U = L(\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, -5, 0), (3, 3, 2, -1)\})$  y el subespacio  $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 - x_3 = 0\}$ .

a) Determine una base de  $U$  y exprese  $U$  con ecuaciones implícitas.

b) Estudie si los vectores  $(2, 1, 2, 1)$ ,  $(2, 2, 1, 1)$  y  $(1, 2, 2, 1)$  pertenecen a  $U$  y, en caso afirmativo, encuentre su representación respecto de la base del apartado anterior.

c) Determine  $U \cap V$  y  $U + V$ . ¿Es suma directa?

3. En  $\mathbb{R}^3$ , determine una base ortonormal considerando el producto escalar

$$\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = 2x_1y_1 + x_2y_1 + x_1y_2 + x_2y_2 + x_3y_3$$

4. Clasifique la siguiente forma cuadrática  $q(x, y, z) = 3x^2 + 2xz$ .

5. a) Consideremos la cuadrícula:


1) ¿De cuántas formas se puede pintar si cada casilla puede ser indistintamente blanca o negra?

2) ¿De cuántas formas se puede pintar si debe haber 2 casillas blancas, 4 negras y 10 rojas?

b) ¿Cuántos números de 4 cifras y múltiplos de 5, empiezan por 3, por 5 o por 9 y contienen al menos un dígito que sea 7 y al menos un dígito que sea 5?

6. En  $\mathbb{R}^5$ , determine la matriz de cambio de base de la canónica a

$$B = \{(1, 1, 0, 0, 1), (0, 0, 1, 1, 0), (0, 0, -1, 0, 1), (1, 0, 1, -1, 1), (0, 1, 0, 1, 0)\}$$

7. Se considera la siguiente matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & \beta & \alpha + 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & -\beta & -1 \end{pmatrix}$

a) Para los valores de  $\alpha = 3$  y  $\beta = 0$  encuentre una matriz diagonal semejante a la matriz  $A$ , indicando la matriz de paso correspondiente.

b) Halle los valores propios de  $A$  en función de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ .

c) Determine los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para que  $A$  sea diagonalizable y tenga un valor propio doble igual a  $-1$ .