

Tema 2.2
EL SÓLIDO ELÁSTICO (El tensor de deformaciones)

Problema 2.2.1

Dado el siguiente campo de desplazamientos (unidades de posición y desplazamiento en m):

$$\begin{aligned}u &= 8ax^2 \\v &= 4ay^2 \\w &= -4ax^2\end{aligned}\tag{2.2.1}$$

Se pide:

- a. Determine el tensor de deformación.
- b. Para el punto (1, 1, 2) halle el vector deformación asociado a la dirección

$$\vec{n} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \quad 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

- c. Deformación lineal unitaria para el punto y dirección anterior
- d. Deformaciones y direcciones principales para el punto del apartado b).
- e. Para el punto (1,0,0,) se pide:
 - e1. Deformaciones y direcciones principales.
 - e2. Tensor de deformación si se gira el sistema de ejes alrededor del eje OY un ángulo de 30°.
 - e3. Componentes intrínsecas del vector deformación asociado a una dirección contenida en el plano OXZ y que forma 45° con OX.

Problema 2.2.2

El prisma de la figura 2.2.1 tiene un estado de deformaciones definido por el tensor constante:

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot 10^{-4}\tag{2.2.2}$$

Se pide:

- a. Incremento de longitud de la línea OA.
- b. Incremento de volumen del prisma.
- c. Incremento de área de la superficie BCDE.

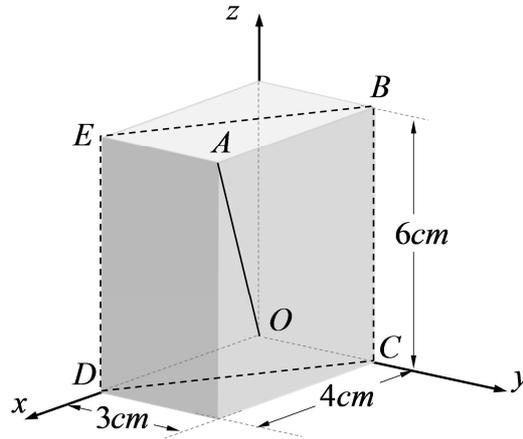


Figura 2.2.1

Problema 2.2.3

Los puntos del dominio de la figura 2.2.2 se hallan sometidos al siguiente campo de desplazamientos:

$$\begin{aligned} u &= xz^2 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \\ v &= -yz^2 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \\ w &= z^3 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Se pide:

- Tensor de deformación.
- Incremento total de volumen.
- Para el punto $(1, 0, 1)$, vector deformación asociado a una dirección que forma 30° con OX y 70° con OY.
- Deformación lineal unitaria en el punto $(1, 1, 6)$ de la superficie superior según una dirección contenida en esa superficie y que forma 15° con el eje OY.
- Incremento de longitud de \overline{OA} .

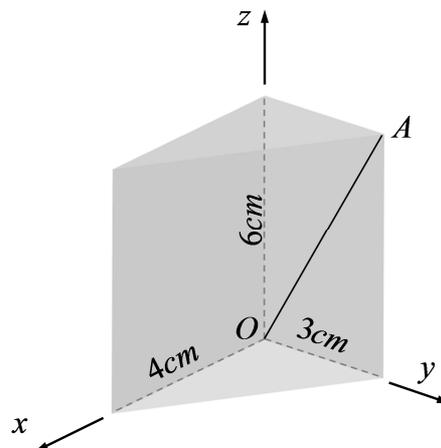


Figura 2.2.2

Problema 2.2.4

Indique, de los siguientes tensores de deformación, cuáles son posibles.

$$[\varepsilon]_1 = \begin{pmatrix} 3x & 2y & -z \\ 2y & 0 & 0 \\ -z & 0 & -2z \end{pmatrix} \quad (2.2.5)$$

$$[\varepsilon]_2 = \begin{pmatrix} 2x^2yz & 2y^2z^2 & -z^4 \\ 2y^2z^2 & 0 & 0 \\ -z^4 & 0 & 5x^2y^2 \end{pmatrix} \quad (2.2.6)$$

$$[\varepsilon]_3 = \begin{pmatrix} 16xz & 0 & 4x^2 - \frac{15}{2}yz \\ 0 & 0 & 4y^2 - \frac{15}{2}xz \\ 4x^2 - \frac{15}{2}yz & 4y^2 - \frac{15}{2}xz & -15xy \end{pmatrix} \quad (2.2.7)$$