Ejercicios del tema 6

Formas bilineales y Producto Escalar

Álgebra Lineal y Matemática Discreta.
E.T.S.I. de Telecomunicación.

Soluciones a los ejercicios.

Solución (Ej. 1) — Los vectores degenerados son de la forma (a, a) con $a \neq 0$.

Solución (Ej. 2) —

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 2. $B = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ 3. $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Solución (Ej. 3) — 1. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ 2. No degenerada. 3. ——

Solución (Ej. 4) —

1. $f(x, y) = (3x + y, x - y)$
2. $f((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = 3x_1y_1 + x_2y_1 + x_1y_2 - x_2y_2$
3. $q(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$

Solución (Ej. 5) — 1. —— 2. $\dfrac{\sqrt{19}}{\sqrt{3}}, \dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$ y $\dfrac{-29}{2\sqrt{13}\sqrt{19}}$

Solución (Ej. 6) — 60 grados.

Solución (Ej. 8) — $\alpha = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{\|\vec{u}\|^2}$. 1. $\|\vec{u}\| = \sqrt[4]{2}$. 2. ——

Solución (Ej. 12) — 1. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 2. —— 3. ——

Solución (Ej. 14) — $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Solución (Ej. 15) — 1. Definida positiva. 2. Definida positiva. 3. Indefinida.

Solución (Ej. 16) — $\alpha < -1$ Definida negativa, $\alpha = 1$ Semidefinida negativa, $-1 < \alpha < 1$ Indefinida, $\alpha = 1$ Semidefinida positiva, $\alpha > 1$ Definida positiva.

Solución (Ej. 18) —

1. Por autovalores puede ser $2ay'^2 + (c+a)\,x'^2$, completando a cuadrados $a(x+z)^2 + (c+a)y^2$.
2. Si $a \geq 0$ y $c+a \geq 0$, semidefinida positiva. Si $a \leq 0$ y $c+a \leq 0$ semidefinida negativa. En caso contrario es indefinida.
3. — —
4. — —
5. — —

Solución (Ej. 20) — $1 < a < 3$ definida positiva. Si $a = 1$ o $a = 3$ semidefinida positiva. Si $a < 1$ o $a > 3$ indefinida.