Ejercicios del tema 7

Geometría

Álgebra Lineal y Matemática Discreta.

E.T.S.I. de Telecomunicación.

Ej. 1 — Considera el punto $P(0,0,1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y=2 \\ z=1 \end{cases}$.

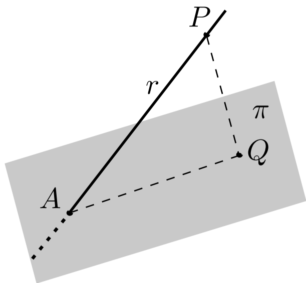
1. Calcula el punto Q de la recta r más próximo a P.
2. Halla los puntos R de la recta r tal que el triángulo PQR tenga área 2.

Ej. 2 — Encuentra las ecuaciones que definen una circunferencia centrada en el punto $(1,1,1)$ contenida en el plano $x+y-2z=0$ y es tangente a la recta de corte de dicho plano con el plano horizontal $z=0$.

Ej. 3 — Considera, los planos de un haz $(1-2\lambda)x+(1-\lambda)y-z-(2+\lambda)=0$.

1. Comprueba que existe una recta común a todos los planos dados y determina su ecuación.
2. Halla la ecuación de un plano que pase por el origen y sea perpendicular a todos los planos del haz.
3. Determina cuál de los planos del haz contiene a la recta $s \equiv x+1=y-1=\dfrac{z+2}{2}$.

Ej. 4 — Sean el plano $\pi \equiv x+y=2$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x=y \\ x+z=1 \end{cases}$ y el punto $A \in \pi \cap r$. Dado cualquier punto P de la recta consideramos el punto Q del plano π más cercano a P. Expresa el área del triángulo APQ en función del valor de x.



Ej. 5 — Dos caras de un cubo se encuentran en los planos $3x-y+2z=5$, $3x-y+2z=7$. Calcular el volumen del cubo.

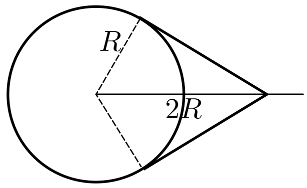
Ej. 6 — Determina las coordenadas polares de cada uno de los vértices de un pentágono regular de lado unidad centrado en el origen y uno de los vértices se apoya en el eje polar.

Ej. 7 — Consideramos el movimiento en el plano euclídeo definido como un giro de 30º (en sentido positivo) con centro el punto $C=(2,1)$. Calcula la nueva ecuación de la recta $x+y-1=0$ tras aplicarle el giro anterior.

Ej. 8 — Halla el lugar geométrico de los puntos, P, del plano cuya distancia a $A(2,0)$ sea el doble de la distancia a $B(-1,0)$.

Ej. 9 — Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que su distancia al punto $A(1,0)$, es el triple de su distancia a la recta $x = 2$.

Ej. 10 — Una cadena se tensa sobre una polea circular de radio R de forma que queda enganchada a una distancia $2R$ del centro de la polea, conforme se aprecia en el dibujo. Calcúlese la longitud de la cadena.



Indicación: El radio de una circunferencia es perpendicular a la recta tangente.

Ej. 11 — Determina la ecuación polar de las curva de ecuación en coordenadas rectangulares $y^2(2a - x) = x^3$, $a > 0$.

Ej. 12 — Expresa en forma rectangular las siguientes ecuaciones que representan superficies en forma cilíndrica. Indica también qué tipo de superficie son.

a) $z = r^2$.   b) $r = 2\cos\theta$.   c) $r^2 + z^2 = 25$.

Ej. 13 — Encuentra el centro y el radio de la esfera que tiene por ecuación en coordenadas esféricas $\rho = \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi$.