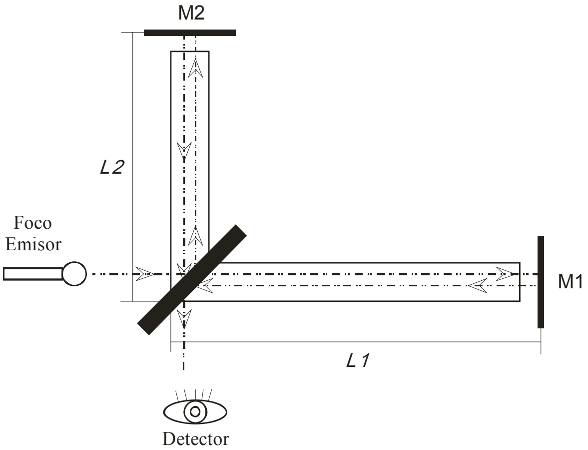
# Tema 2: Fundamentos de la teoría de la Relatividad

## 1. INTRODUCCIÓN

A finales del siglo XIX, las ecuaciones de Maxwell habían predicho la existencia de ondas electromagnéticas propagándose a la velocidad de la luz c (como vimos en el tema anterior). Se pensaba que estas ondas necesitaban un medio material para propagarse y a este medio se le llamó ÉTER. Se le atribuyen una serie de propiedades y se pretendió decidir si el éter era estacionario o era arrastrado por los planetas. Para medir el efecto del "viento del éter", Michelson (1881) ideó su famoso interferómetro.

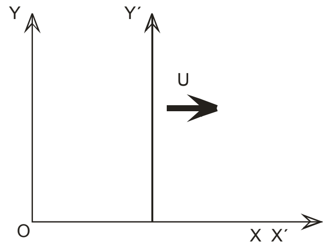
Supongamos que se orienta con el brazo $OM_1$ paralelo a la velocidad de la Tierra respecto al éter.




Midiendo los tiempos que tardan los rayos en recorrer $OM_1$ y $OM_2$, se encuentra que no son los mismos, porque (aunque $l_1$ y $l_2$ fueran iguales) de acuerdo con las transformaciones de Galileo (ver Figura inferior)

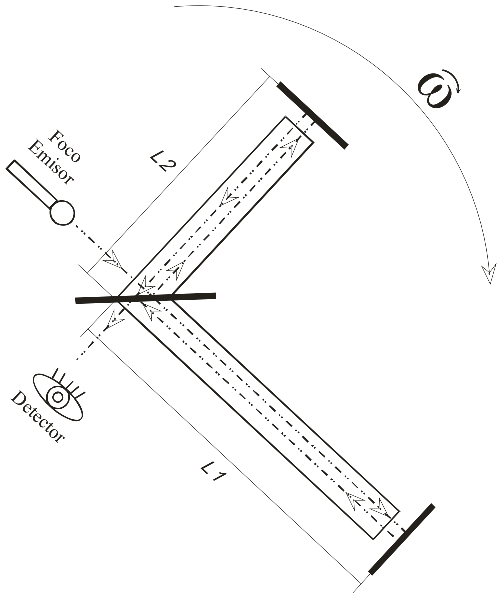
$$t_{OM1} = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v}.$$

La diferencia de tiempo hace que los haces interfieran dando lugar a un patrón característico de interferencias. Si ahora se rota el interferómetro, es de esperar que el patrón cambie, al cambiar la orientación relativa de los haces.




$$x = x' + ut$$

$$v_x = v_x' + u$$

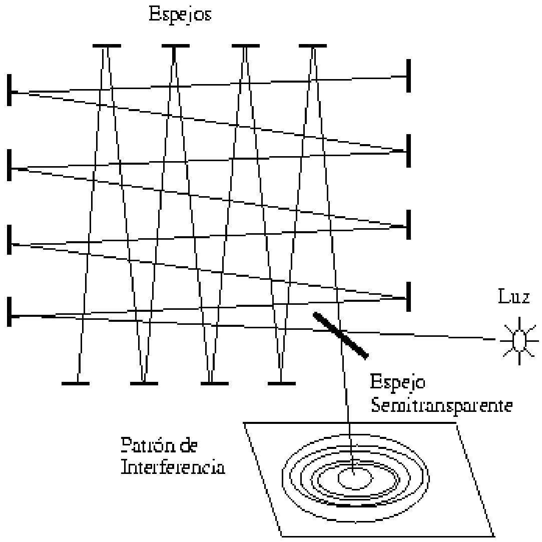


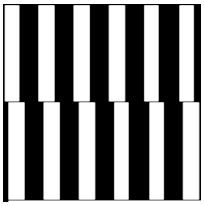

Pero se observó que el patrón no variaba lo que, además de poner en duda la existencia del éter, sugirió a Einstein la hipótesis de su teoría especial de la Relatividad:

**"La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los sistemas de referencia inerciales".**

Por otra parte, desde tiempos de Newton, se sabía que las leyes de la física no pueden depender del sistema de referencia inercial que se escoja, por lo que las transformaciones de Galileo no son compatibles con este postulado. Esto ya lo sospechaba Einstein al comprobar que las ecuaciones de Maxwell no son invariantes a las transformaciones de Galileo.

Realmente en el experimento de Michelson-Morley había 16 espejos. El que hubiesen tantos espejos era para dar tiempo a que la diferencia en la llegada de los haces hasta el lugar de recogida (patrón de interferencia) fuese fácilmente mensurable.



El resultado esperado era éste. Una diferencia en el tiempo de llegada de las franjas de los haces de luz cuyo camino tenía el mismo sentido que el de traslación de la Tierra y el de las que iban en contra originarían un desplazamiento en interferómetro. Esto concordaba con la idea de relatividad de Galileo en el que las velocidades se sumaban si iban en el mismo sentido y se restaban si iban en sentidos contrarios.

Los resultados anteriores evidencian la necesidad de encontrar un nuevo sistema de transformaciones compatibles con los últimos resultados experimentales.

## 2. TRANSFORMACIONES DE LORENTZ – EINSTEIN

¿Cómo obtener las nuevas transformaciones entre sistemas de referencia?

Lo primero que hay que decir es que las transformaciones han de ser lineales porque el espacio es homogéneo, es decir, necesitaremos una correspondencia punto a punto entre posiciones y tiempos de un mismo suceso medido por distintos sistemas inerciales. No es admisible que un punto de un sistema de referencia se corresponda con dos o más de otro sistema, por lo que las ecuaciones no podrán ser de orden cuadrático o superior.

Si las relaciones de Galileo eran:

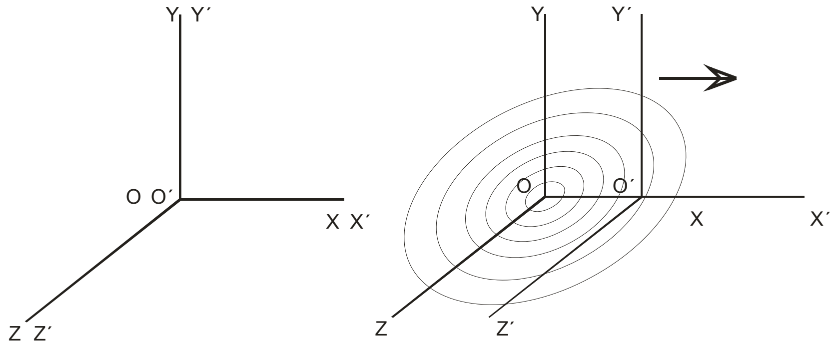
$$x = x' + ut$$
$$x' = x - ut$$

ahora se introduce una constante γ, que dependeŕ de la velocidad del sistema, pero no de "x" ni de "t". Las nuevas relaciones serán:

$$x = \gamma(x' + ut')$$
$$x' = \gamma(x - ut)$$

y γ debe ser la misma porque ninguno de los dos observadores es privilegiado respecto al otro. Es decir, para ambos la descripción de las leyes de la Naturaleza debe hacerse de la misma forma, por tanto no puede "privilegiar" un observador frente a otro, sólo relacionarlos. Por otro lado, nos hemos despojado de la idea de que el tiempo es absoluto; al diferenciar t y t' el tiempo puede depender del sistema de referencia.

Para obtener las relaciones de transformación supongamos que en el instante $t = t' = 0$, cuando los dos orígenes de los dos sistemas de referencia coinciden, se emite un pulso de luz desde una fuente situada en el origen común. Conforme transcurre el tiempo los sistemas se separan. Supongamos que el pulso de luz incide sobre un detector situado sobre xx'. Este suceso tendrá lugar en (x, 0, 0, t) por O y en (x', 0, 0, t') para O'.




Como la velocidad de la luz es la misma para los dos sistemas, cada uno de ellos escribirá las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$x = ct$$
$$x' = ct'$$

A partir de:

$$x = \gamma(x' + ut') \Rightarrow ct = \gamma(ct' + ut') = \gamma(c + u)t'$$
$$x' = \gamma(x - ut) \Rightarrow ct' = \gamma(ct - ut) = \gamma(c - u)t$$

Despejando:

$$t = \frac{\gamma(c+u)t'}{c} \Rightarrow ct' = \frac{\gamma(c-u)\gamma(c+u)t'}{c} \Rightarrow \gamma^2\left(c^2 - u^2\right) = c^2 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Obsérvese que $\gamma > 1$ y que cuando u<<c, $\gamma \approx 1$.

Para obtener la relación entre los tiempos:

$$x' = \gamma\left[\gamma(x' + ut') - ut\right]$$

y despejamos t, obteniendo:

$$t = \gamma\left(t' + \frac{ux'}{c^2}\right)$$

Si hubiéramos hecho lo mismo utilizando $x = \gamma\left[\gamma(x - ut) + ut'\right]$ y despejamos t' obtenemos:

$$t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right).$$

Al igual que sucediera con las transformaciones de Galileo, las direcciones perpendiculares al movimiento permanecen inalteradas, con lo que el conjunto completo de transformaciones es:

$$x' = \gamma(x - ut) \qquad\qquad x = \gamma(x' + ut')$$
$$y' = y \qquad\qquad y = y'$$
$$z' = z \qquad\qquad z = z'$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right) \qquad\qquad t = \gamma\left(t' + \frac{ux'}{c^2}\right)$$

con $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$ y siendo $u$ la velocidad de O' medida en O.

¿Cómo se obtienen ahora las transformaciones de velocidad? Partiendo de

$$v_x = \frac{dx}{dt},$$

y diferenciando, se obtiene:

$$dx = \gamma(dx' + udt')$$
$$dt = \gamma\left(dt' + \frac{udx'}{c^2}\right)$$

Y sustituyendo en la ecuación anterior, se llega a:

$$v_x = \frac{dx' + udt'}{dt' + u\dfrac{dx'}{c^2}} = \frac{\dfrac{dx'}{dt'} + u\dfrac{dt'}{dt'}}{\dfrac{dt'}{dt'} + u\dfrac{dx'}{dt'}\dfrac{1}{c^2}} = \frac{v_x' + u}{1 + \dfrac{u}{c^2}v_x'}$$

Si queremos la transformación inversa, o bien despejamos o bien partimos de $v_x' = \dfrac{dx'}{dt'}$ y realizamos el mismo proceso anterior.

El resto de componentes se obtienen igual y las transformaciones completas son:

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \dfrac{uv_x}{c^2}} \qquad\qquad v_x = \frac{v_x' + u}{1 + \dfrac{uv_x'}{c^2}}$$

$$v_y' = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \dfrac{uv_x}{c^2}\right)} \qquad\qquad v_y = \frac{v_y'}{\gamma\left(1 + \dfrac{uv_x'}{c^2}\right)}$$

$$v_z' = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \dfrac{uv_x}{c^2}\right)} \qquad\qquad v_z = \frac{v_z'}{\gamma\left(1 + \dfrac{uv_x'}{c^2}\right)}$$

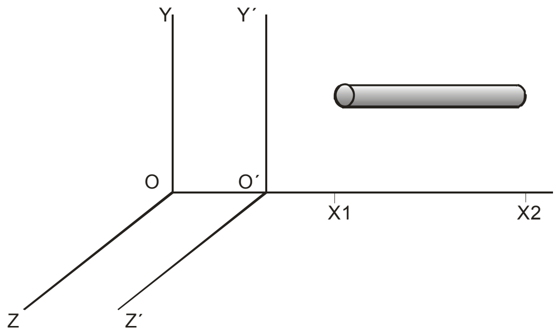
Obsérvese cómo para $u<<c$, se obtienen las transformaciones de Galileo que, por tanto, quedan reducidas a un caso particular de las de Lorent-Einstein.
Podemos comprobar también cómo se cumple el postulado de la constancia de la velocidad de la luz. Si para el sistema O, $v_x = c$, para el sistema O':

$$v_x' = \frac{c-u}{1-\frac{uc}{c^2}} = \frac{c-u}{1-\frac{u}{c}} = \frac{c(c-u)}{c-u} = c$$

## 3. CONSECUENCIAS DE LAS TRANSFORMACIONES DE LORENTZ

a) Contracción de la longitud

Consideremos una varilla en reposo en el sistema O' con un extremo en $x_2'$ y el otro en $x_1'$. La longitud de la varilla en el sistema respecto al que está en reposo se llama longitud propia, $L_p$ y será: $L_p = x_2' - x_1'$. Para hallar la longitud de la varilla en S, respecto al que se está moviendo habrá que calcular $L_o = x_2 - x_1$, donde $x_2$ y $x_1$ son las posiciones de los extremos medidos por O en el mismo instante de tiempo t.




Como $\left.\begin{array}{l} x_2' = \gamma(x_2 - ut) \\ x_1' = \gamma(x_1 - ut) \end{array}\right\} \Rightarrow x_2' - x_1' = \gamma(x_2 - x_1)$ o bien:

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\gamma}(x_2' - x_1') \Rightarrow L_o = \frac{1}{\gamma} L_p$$

La longitud de la varilla se ha contraído al ser medida desde un sistema de referencia respecto al cual la varilla está moviéndose.

b) Dilatación del tiempo

Consideremos dos sucesos que se producen en $x_o'$ en los instantes $t_1'$ y $t_2'$ en el sistema S'. De acuerdo con las transformaciones de Lorentz:

$$t_1 = \gamma\left(t_1' + \frac{ux_o'}{c^2}\right) \qquad t_2 = \gamma\left(t_2' + \frac{ux_o'}{c^2}\right)$$

de donde: $t_2 - t_1 = \gamma(t_2' - t_1')$

El intervalo de tiempo medido en el sistema de referencia en el que los dos sucesos ocurren en el mismo lugar se llama tiempo propio. El intervalo de tiempo medido en un sistema de referencia distinto es mayor, fenómeno que se conoce como dilatación del tiempo.

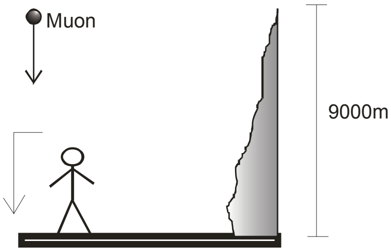
Evidencias experimentales de estos resultados

Los mesones μ (muones) son unas partículas que se generan en la alta atmósfera por el impacto de los rayos cósmicos (núcleos de H muy rápidos) con las partículas de la alta atmósfera (núcleos de N y O).

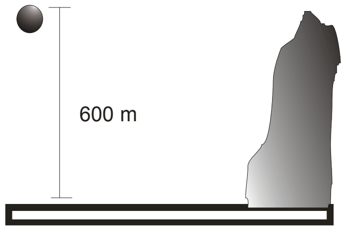
Dichas partículas tienen una vida media en reposo de unos 2 μs y, dado que se generan a unos 9000 m sobre la superficie terrestre, muy pocos de ellos deberían ser detectados a nivel del mar. Sin embargo, se detectan una cantidad no despreciable.

Lo que está sucediendo puede entenderse en el marco de la teoría de la Relatividad: para un observador situado en un sistema de referencia en reposo respecto a la superficie de la Tierra pero en movimiento respecto al muón, el tiempo de vida media es:

$\tau_{niv.mar} = \gamma\tau_{muón} = \{v_{muón} \approx 0.9978c\} = 30\mu s$ , y en ese tiempo, más muones pueden alcanzar el nivel del mar.




El mismo resultado puede describirse como una contracción de la longitud en el sistema de referencia del muón. Para el muón, la atmósfera está circulando junto a él a una velocidad de 0.9978c y la distancia para él no son 9000 m sino $d_{muón} = \frac{1}{\gamma} d_{niv.mar} = 600m$. Aunque sólo vive 2 µs, en su sistema de referencia, la distancia que tiene que recorrer permite que un número considerable lleguen al nivel del mar.




c) Relatividad de la simultaneidad

Decimos que dos eventos son simultáneos cuando ocurren en el mismo momento. Supongamos dos eventos que ocurren en los puntos $x_1$ y $x_2$ del sistema O en el mismo tiempo ($t_1 = t_2$). Por tanto, son simultáneos en O.

Pero, ¿cuáles son los tiempos de ocurrencia de esos eventos en O'?

$$t_1' = \gamma\left(t_1 - \frac{ux_1}{c^2}\right) \qquad t_2' = \gamma\left(t_2 - \frac{ux_2}{c^2}\right)$$

Por tanto: $t_2' - t_1' = \gamma(t_2 - t_1) - \frac{\gamma u}{c^2}(x_2 - x_1)$ donde $t_2 - t_1 = 0$, ya que $t_2 = t_1$.

Salvo que los eventos ocurran en el mismo lugar en O $(x_1 = x_2)$ no serán simultáneos en O'. La simultaneidad es un concepto relativo al observador.

d) Eventos relacionados causalmente

Supongamos ahora dos eventos que ocurren en tiempos distintos $t_1$ y $t_2$ con relación a un sistema O, y no ocurren en el mismo lugar $(x_1 \neq x_2)$.

La relación entre los tiempos en O' será: $t_2' - t_1' = \gamma(t_2 - t_1) - \frac{\gamma u}{c^2}(x_2 - x_1)$

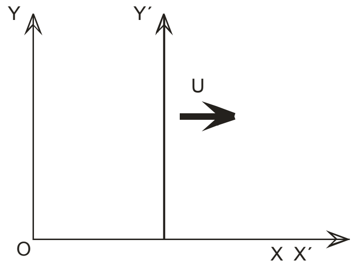
Para que el orden de sucesión de los eventos sea el mismo en los dos sistemas, debe cumplirse que $t_2' > t_1'$, o sea:

$$\gamma(t_2 - t_1) > \frac{\gamma u}{c^2}(x_2 - x_1) \Rightarrow (t_2 - t_1) > \frac{u(x_2 - x_1)}{c^2}.$$

El máximo valor que puede tomar el miembro de la derecha es: $\frac{x_2 - x_1}{c}$. Por tanto si $(t_2 - t_1) > \frac{x_2 - x_1}{c}$, los eventos se presentarán en el mismo orden en cualquier sistema de referencia. Se dice que dichos eventos están relacionados causalmente (uno puede ser la causa del otro).

## 4. DINÁMICA RELATIVISTA

Recordemos que la 2ª ley de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$ es invariante frente a las transformaciones de Galileo




$$\left.\begin{aligned} F_x &= ma_x \\ F_x' &= ma_x' = ma_x \end{aligned}\right\} \quad F_x = F_x'$$

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + ut \\ V_x &= V_x' + u \\ a_x &= a_x' \end{aligned}\right\}$$

Pero, ¿es también invariante frente a las transformaciones de Lorentz? Ya sabemos que las leyes de la física deben expresarse igual para todos los sistemas de referencia inerciales, por lo que, si la ley es válida, debe permanecer invariante. Pues bien:

$$\frac{dv_x'}{dt'} = \frac{dv_x'}{dt}\frac{dt}{dt'}$$

Pero:

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\gamma\left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right)}; \qquad v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}}$$

Por lo que:

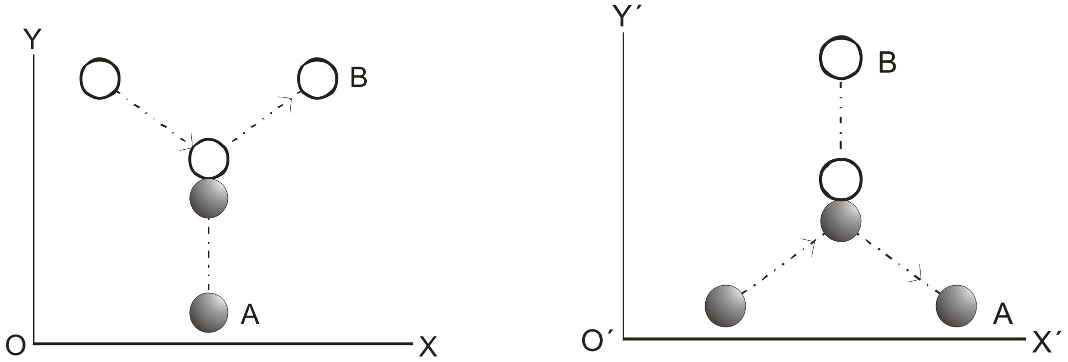
$$\frac{dv_x'}{dt} = \left[\frac{dv_x}{dt}\left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right) - (v_x - u)\left(-\frac{u}{c^2}\frac{dv_x}{dt}\right)\right]\frac{1}{\left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right)^2}$$

Sustituyendo todo en la ecuación de partida, se obtiene:

$$a_x' = \frac{dv_x'}{dt'} = \frac{1}{\gamma}\frac{dv_x}{dt}\left[\frac{c^4\left(c^2 - u^2\right)}{\left(c^2 - uv_x\right)^3}\right] \longrightarrow a_x \neq a_x' \longrightarrow F_x \neq F_x'$$

La 2ª ley de Newton escrita en la forma $\vec{F} = m\vec{a}$ no es invariante frente a las transformaciones de Lorentz. Quizás esta ley no sea válida, pero tal vez el error provenga de haber asumido demasiado a la ligera que $m$ es constante.

Consideramos dos observadores: A en el sistema de referencia O y B en el sistema de referencia O', que se mueve hacia la derecha con velocidad $u$ respecto a O. Cada observador tiene una bola de masa idéntica $m_o$ cuando se comparan en reposo. El observador A lanza su bola hacia arriba con velocidad $u_o$ relativa a él y B lanza su bola hacia abajo con la misma velocidad. Las bolas realizan un choque elástico y regresan al punto de partida.




Mirando el ejemplo anterior un observador A escribiría:

$$v_{Ay} = u_0 ; v_{Ay}* = -u_0$$

$$v_{By} = \frac{v_{By}'}{\gamma\left(1+\frac{uv_{Bx}'}{c^2}\right)} = \frac{v_{By}'}{\gamma} = -\frac{u_0}{\gamma} \quad \text{Puesto que } v_{Bx}'=0$$

$$v_{By}* = \frac{v_{By}'^*}{\gamma} = \frac{u_0}{\gamma}$$

Donde las cantidades marcadas con * hacen referencia a la situación después del choque.

La ecuación de la cantidad de movimiento según el eje Y será:

$$\left.\begin{aligned} p_y &= u_0 m(v_A) - \frac{u_0}{\gamma} m(v_B) \\ p_y* &= \frac{u_0}{\gamma} m(v_B) - u_0 m(v_A) \end{aligned}\right\} \quad \text{Pero} \quad v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = \sqrt{u^2 + \left(\frac{u_0}{\gamma}\right)^2}$$

puesto que $v_{Bx} = \dfrac{v_{Bx}'+u}{1+\dfrac{uv_{Bx}'}{c^2}} = u$ al ser $v_{Bx}'=0$

En la expresión anterior, se ha considerado de forma explicita la posibilidad de que la masa dependa del observador. Como la conservación de la cantidad de movimiento debe cumplirse para cualquier observador, en particular el A, se tendrá:

$$u_0 m(u_0) - \frac{u_0}{\gamma} m(v_B) = \frac{u_0}{\gamma} m(v_B) - u_0 m(u_0) \longrightarrow 2u_0 m(u_0) = \frac{2u_0}{\gamma} m(v_B)$$

O bien: $m(v_B) = m\gamma(u_0)$

En vez de obtener la relación entre las masas para distintas velocidades, consideremos que el choque se produce a una velocidad muy pequeña, es decir $u_o \to 0$.

Entonces $\vec{v}_B \to u$ y la relación se obtiene entre la masa en reposo $m_o$ y la masa a una velocidad $u$. $m(u) = \gamma m_o$

La masa depende del estado de movimiento y aumenta al aumentar la velocidad. Si $u \to c$, entonces $m \to \infty$, lo que confirma que la velocidad de la luz es una velocidad límite y también que una partícula que se mueva a la velocidad de la luz debe tener masa en reposo nula.

La cantidad de movimiento relativista es $\vec{p} = \gamma m_o \vec{v}$ y puede comprobarse que la 2ª ley de Newton en la forma $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m_0 \gamma \vec{v})}{dt} = m_0 \frac{d(\gamma \vec{v})}{dt}$ es invariante frente a las transformaciones de Lorentz.

Calculemos ahora el trabajo realizado por la fuerza relativista e igualémoslo (por el teorema del trabajo y la energía cinética) a la variación de energía cinética.

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} \cdot dr = \int_A^B d(\gamma m_0 \vec{v}) \cdot \vec{v} \quad \text{Integrando por partes:}$$

$$\left.\begin{aligned} &u = \vec{v}; du = d\vec{v} \\ &dv = d(\gamma m_0 \vec{v}) \longrightarrow v = \gamma m_0 \vec{v} \end{aligned}\right\} \quad I = \vec{v} \cdot m_0 \gamma \vec{v} - \int_{VA}^{VB} m_0 \gamma \vec{v} \cdot d\vec{v} =$$

$$= m_0 \gamma v^2 - \int_{VA}^{VB} m_0 \frac{\vec{v} \cdot d\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left\{ \begin{aligned} &\vec{v} \cdot \vec{v} = v \cdot v \cdot \cos 0 = v^2 \\ &\frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2 \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &\frac{d(v^2)}{dt} = 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \longrightarrow \frac{1}{2} \frac{d(v^{2)}}{dt} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \end{aligned} \right\} =$$

$$= m_0 \gamma v^2 - m_0 \frac{1}{2} \int_{VA}^{VB} \frac{d(v^2)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{c^2}{c^2} \Bigg]_{\mathrm{VA}}^{\mathrm{VB}} = m_0 \gamma v^2 + \frac{1}{2} m_0 \mathrm{c}^2 2 \left(1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}\right)^{1/2} \Bigg]_{VA}^{VB} =$$

$$m_0 \gamma \mathrm{v}^2 + m_0 \mathrm{c}^2 \frac{1}{\gamma} \frac{\gamma}{\gamma} \Bigg]_{VA}^{VB} = m\mathrm{v}^2 + \frac{m\mathrm{c}^2}{\gamma^2} \Bigg]_{VA}^{VB} = m\mathrm{v}^2 + m\mathrm{c}^2 \left(1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}\right) = m\mathrm{c}^2 \Bigg]_{VA}^{VB}$$

Si consideramos que la partícula parte del reposo $(v_A = 0)$ y llega al punto B con velocidad $v_B$, encontramos que $E_C = m(v_B)c^2 - m_o c^2$ , expresión de la energía cinética relativista.

El primer término depende de la velocidad, pero el segundo no, y se denomina energía en reposo de la partícula $m_o c^2$ (energía intrínseca asociada a la partícula y debida a su masa en reposo).

La energía relativista total se define como la suma de la energía cinética y la energía en reposo, es decir:

$$E = E_C + m_o c^2 = m(v)c^2 = \gamma m_o c^2 ,$$

que expresa la posibilidad de convertir masa en energía. En cualquier compuesto estable, por ejemplo, el núcleo de $^4He$ formado por dos protones y dos neutrones, la masa en reposo del compuesto es menor que la suma de las masas en reposo de sus componentes por separado.

La diferencia de las masas en reposo (energías en reposo) es igual a la energía de enlace del compuesto. En los átomos y moléculas, las energías de enlace son de pocos eV, pero en los núcleos son del orden de varios MeV, lo que origina una diferencia de masas observable.

Otro caso es el de los núcleos radiactivos, en el que el núcleo original tiene una mayor masa (energía) en reposo que las partículas obtenidas en la desintegración. El exceso de energía aparece como energía cinética de los productos de la desintegración.

Una última relación útil entre la cantidad de movimiento, la energía total y la masa en reposo, puede obtenerse de:

$$\left.\begin{array}{l} p = m_0\gamma v \\ E = m_0\gamma c^2 \end{array}\right\}$$ Multiplicando la primera por *c*, elevando al cuadrado y restando se obtiene: $E^2 - p^2c^2 = \left(m_0c^2\right)^2$. O bien:

$$E^2 = p^2c^2 + \left(m_0c^2\right)^2$$

Partículas que se muevan a la velocidad de la luz (fotones) tendrán una energía total dada por $E = pc$. Por otro lado, partículas en reposo (*p*=0) tendrán por energía total la energía en reposo $E = m_oc^2$.

Esta ecuación nos dice que si la energía de un objeto cambia en una cantidad **ΔE** entonces su masa cambia en un $\Delta E = (\Delta m)c^2$. Normalmente la ecuación se escribe tal y como la vemos arriba, y se asimila a la idea de equivalencia entre masa y la energía. La relación entre el incremento de energía y el incremento de masa es verdadera para cualquier tipo de cambio de energía.

Por último, vamos a comprobar cómo la expresión

$$Ec = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2$$

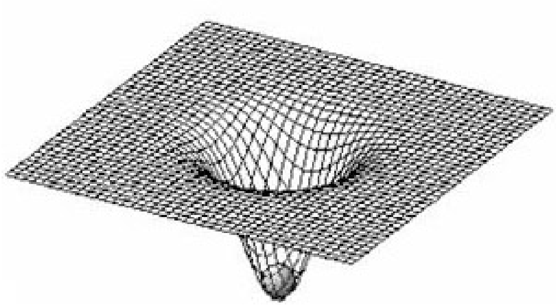
se reduce a la conocida $Ec = \frac{1}{2}mv^2$ para el caso v<< c. Para ello, utilizamos el desarrollo del binomio $(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)\frac{x^2}{2} + ... \approx 1 + nx$ si $x << 1$

Por tanto $\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$

Entonces: $Ec = m_0c^2\left(\left[1-\frac{v^2}{c^2}\right]^{-1/2} - 1\right) \approx m_0c^2\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{1}{2}m_0v^2$

El postulado de Einstein de que la velocidad de la luz debe ser la misma para cualquier espectador implica que nada pude moverse con velocidad mayor que ella. Así, si utilizamos energía para acelerar una partícula, su masa aumenta, lo cual hace más difícil seguirla acelerando, por lo que llevarla hasta la velocidad de la luz seria imposible puesto que exigiría una cantidad infinita de energía.

La teoría de la relatividad no resulta compatible con la teoría de Newton gravitacional, ya que además de admitir la posibilidad de enviar señales con una velocidad superior a la de la luz exigiría un tiempo absoluto o universal mientras que la relatividad se inclinaba por tiempos propios.



Einstein cayó en la cuenta de que la relación entre aceleración y gravedad supuesta hasta ese momento no parecía funcionar con una Tierra esférica, ya que observadores que se encontraran en las antípodas deberían estar acelerándose en sentidos opuestos, pero, permaneciendo a la vez a la misma distancia entre si. La única forma de explicar este fenómeno era suponer una geometría del espacio-tiempo curvilínea en lugar de plana. Con la ayuda del matemático Georg Friedrich, Einstein hallo las ecuaciones que relacionaban la curvatura del espacio con su contenido de masa y energía, relacionando así la gravedad con la deformación del espacio-tiempo. Esta nueva teoría fue llamada "Relatividad General" para distinguirla de la teoría original sin gravedad (Relatividad Especial, que sólo considera sistemas de referencia inerciales, es decir, no acelerados).

Estas nuevas hipótesis cambiaron completamente los análisis sobre el origen y el destino del universo y, debido a su complejidad, caen fuera de los objetivos de este curso.

**"Pon tu mano en un horno caliente durante un minuto y te parecerá una hora. Siéntate junto a una chica preciosa durante una hora y te parecerá un minuto. Eso es la relatividad"**