Tema 7: Fundamentos de transferencia de calor

1.- INTRODUCCIÓN

La transferencia de calor es la ciencia que trata de predecir el intercambio de energía que puede tener lugar entre cuerpos materiales como resultado de una diferencia de temperaturas. A diferencia de la Termodinámica, la transferencia de calor pretende no sólo explicar cómo puede transferirse la energía térmica sino también predecir la rapidez con la que tiene lugar la transferencia. La Termodinámica tiene por objeto de estudio los estados de equilibrio, mientras que la transferencia de calor estudia sistema que no esta en equilibrio durante el proceso de transferencia. Por ejemplo, si introducimos una barra caliente de acero en un cubo de agua, la Termodinámica podrá utilizarse para obtener información sobre la temperatura final de equilibrio del conjunto pero no ofrece información sobre la temperatura de ambos elementos (barra de acero y agua) en función del tiempo; mediante los principios de transferencia de calor sí que se podrá conocer esta evolución.

Los mecanismos de transferencia de calor son: conducción, convección y radiación. Estos mecanismos se podrán producir simultáneamente con diferente importancia relativa.

2.- INTRODUCCION A LOS MECANISMOS DE TRANSFERENCIA

2.1. Conducción

La conducción se considera como la transferencia de energía de las partículas más energéticas a las menos energéticas de una sustancia debido a las interacciones entre las mismas. Es el mecanismo dominante en el interior de sólidos y está asociada a la vibración de las moléculas con distinta velocidad, que con el tiempo se uniformizará. La ecuación que modela el intercambio de calor por conducción es la ley de Fourier:

$$\vec{q} = -k\nabla T$$

donde $\vec{q}$ es el vector densidad de flujo de calor expresado en W/m^2 y ∇T es el gradiente de temperaturas. La constante de proporcionalidad es una propiedad del sistema que se domina conductividad térmica (se expresa en unidades de W/mK) y que depende de diversos factores. Algunos valores típicos de la conductividad térmica son:

k_{aire} = 0,026 W/mK; $k_{aislante}$= 0,04 W/mK ; $k_{hormigón}$= 1,6 W/mK ; $k_{aluminio}$= 225 W/mK

2.2 Convección

Si existe una diferencia de temperatura en el interior de un líquido o un gas, es casi seguro que se producirá un movimiento del fluido. Este movimiento transfiere calor de una parte del fluido a otra por un proceso llamado convección. La transferencia de calor por convección se compone, por tanto, de dos mecanismos: la transferencia de energía debida al movimiento molecular (difusión) más la transferencia asociada al movimiento global o macroscópico del fluido. Puede presentarse entre una superficie y un fluido o bien entre dos fluidos. El movimiento del fluido puede ser natural o forzado: si se calienta un líquido o un gas, su densidad suele disminuir; si el líquido o gas se encuentran en el campo gravitatorio, el fluido más caliente y menos denso asciende, mientras que el fluido más frío y más denso desciende. Este tipo de movimiento, debido exclusivamente a la no uniformidad de la temperatura del fluido, se denomina convección natural. La convección forzada se logra sometiendo el fluido a un gradiente de presiones, con lo que se fuerza su movimiento de acuerdo a las leyes de la mecánica de fluidos (bombas, ventiladores,…). Otra clasificación de la transferencia de calor por convección hace referencia a la región o límites en que ésta tiene lugar, pudiéndose distinguir:

- Convección interna: cuando el fluido está confinado a unos límites más o menos definidos (por ejemplo, un fluido circulando por una tubería).
- Convección externa: cuando el fluido no está confinado a límites físicos definidos (por ejemplo, el intercambio de calor entre el suelo y la atmósfera).

El calentamiento de una habitación mediante un radiador es un buen ejemplo del mecanismo de convección, que provoca que el aire caliente suba hacia el techo y el aire frío del resto de la habitación se dirija hacia el radiador. Debido a que el aire caliente (menos denso) tiende a subir y el aire frío (más denso) a bajar, los radiadores deben colocarse cerca del suelo y los aparatos de aire acondicionado cerca del techo para que la eficiencia sea máxima. De la misma forma, la convección natural es responsable de la ascensión del agua caliente y el vapor en las calderas de convección natural, y del tiro de las chimeneas. La convección también determina el movimiento de las grandes masas de aire sobre la superficie terrestre, la acción de los vientos, la formación de nubes, las corrientes oceánicas y la transferencia de calor desde el interior del Sol hasta su superficie.

La ecuación que rige el intercambio de calor por convección entre una superficie y el entorno es la ley de enfriamiento de Newton:

$$\vec{q} = h(T_s - T_\infty)\vec{n}$$

donde $\vec{q}$ es el vector densidad de flujo de calor (W/m^2), $\vec{n}$ es un vector perpendicular a la superficie, T_s y T_∞ son las temperaturas de la superficie y el entorno, respectivamente y h es el denominado coeficiente de transferencia o de película (expresado en W/m^{2}K). Algunos valores típicos del coeficiente de película para distintos mecanismos de convección se suministran en la siguiente tabla:

Tipo de convección	**Fluido**	***h*** **(W/m²K)**
Convección libre	Gases	2-25
	Líquidos	50-1000
Convección forzada	Gases	25-250
	Líquidos	50-20000

2.3. Radiación

La radiación térmica es la energía emitida por la materia que se encuentra a una temperatura finita. Aunque centraremos nuestra atención en la radiación de superficies sólidas, ésta también puede provenir de líquidos y gases. La energía del campo de radiación es transportada por ondas electromagnéticas que, como sabemos, no precisa ningún medio material para propagarse (a diferencia de la conducción y la convección).

Una superficie se caracteriza por la fracción de energía que refleja (reflectividad, ρ) la fracción que absorbe (absortividad, α) y la fracción que transmite (transmisividad, τ). Lógicamente, por continuidad debe verificarse:

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

Se observa experimentalmente que las propiedades de absorción, reflexión y transmisión de una sustancia dependen de la longitud de onda de la radiación incidente. El vidrio, por ejemplo, transmite grandes cantidades de radiación ultravioleta, de baja longitud de onda, pero es un mal transmisor de los rayos infrarrojos, de alta longitud de onda. Este hecho explica el calentamiento de los invernaderos. La energía radiante del Sol, máxima en las longitudes de onda visibles, se transmite a través del vidrio y entra en el invernadero. En cambio, la energía emitida por los cuerpos del interior del invernadero, predominantemente de longitudes de onda mayor, correspondiente al infrarrojo, no se transmiten al exterior a través del vidrio. Así, aunque la temperatura del aire en el exterior del invernadero sea baja, la temperatura que hay dentro es mucho más alta porque se produce una considerable transferencia de calor neta hacia su interior. El comportamiento selectivo de los gases de la atmósfera frente a las distintas longitudes de onda provoca también el denominado efecto invernadero en nuestro planeta.

La ley que rige el intercambio de calor por radiación es la ley de Stefan-Boltzmann $E = \varepsilon\sigma T_S^4$ donde E es el calor emitido por unidad de tiempo y área (W/m^2), σ es la constante de Stefan-Boltzmann ($5.67\cdot10^{-8}$ W/m^{2}K^4), T_S es la temperatura de la superficie y ε es la emisividad del cuerpo (para los cuerpos negros ε =1 y, en general puede demostrarse que $\varepsilon = \alpha$). Si la superficie está expuesta al ambiente, ésta también emite de acuerdo a la ley de de Stefan-Boltzmann y la cantidad neta de calor transferida desde la superficie será:

$$Q = \varepsilon\sigma T_s^4 - \alpha\sigma T_{amb}^4 = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{amb}^4)$$

donde T_{amb} es la temperatura ambiente.

3.- CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA. BALANCES

En un estado estacionario, el flujo entrante en un volumen de control y la generación de energía igualan al flujo saliente del volumen de control.

$$E_{ent} + E_g - E_{sal} = 0$$

Si no se ha alcanzado el estado estacionario, el balance entre los términos anteriores debe completarse con un término de almacenamiento de energía.

$$E_{ent} + E_g - E_{sal} = E_{alm}$$

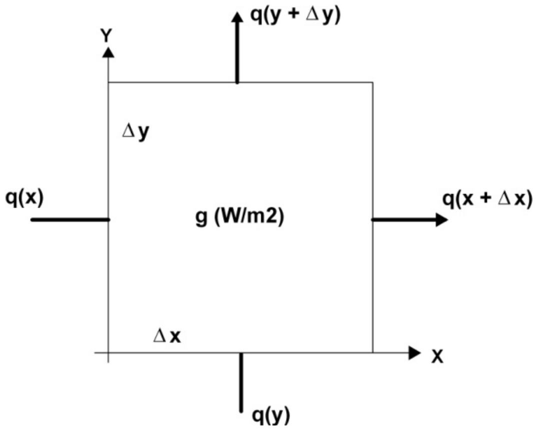
El almacenamiento de energía suele asociarse al cambio de temperatura, expresándose por tanto como: $E_{alm} = \rho V c_p \, \partial T / \partial t$ o al cambio de energía latente en el caso de cambios de fase. En la expresión anterior ρ y c_p son la densidad y el calor especifico del material y V, el volumen de control.

Con frecuencia se aplicará la conservación de la energía a la superficie de un medio. En este caso especial, la superficie de control no incluye masa o volumen y, por tanto, los términos de generación y almacenamiento no son relevantes. En este caso, el balance superficial será: $E_{ent} = E_{sal}$.

4.- FORMULACIÓN MATEMÁTICA DE LA CONDUCCIÓN DEL CALOR.

4.1. Ecuación general de difusión del calor.

Consideremos un sólido bidimensional y homogéneo en que no hay movimiento de volumen y en el que las propiedades (ρ, c_p) se asumen constantes. Asimismo, se considera una generación interna de g (W/m^2). El balance de energía en coordenadas cartesianas se expresará:



$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \Delta x \Delta y = [q(x) - q(x+\Delta x)]\Delta y + [q(y) - q(y+\Delta y)]\Delta x + q \Delta x \Delta y$$

Por la Ley de Fourier: $q(x) = -k \frac{\partial T}{\partial x}$

Por otro lado: $q(x+\Delta x) = q(x) + \frac{\partial q(x)}{\partial x} \Delta x + \ldots$ (desarrollo en serie de Taylor)

Por tanto: $q(x) - q(x+\Delta x) = -\frac{\partial q(x)}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Delta x$

Análogamente, para la coordenada vertical: $q(y) - q(y+\Delta y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Delta y$

Introduciendo estos resultados en la ecuación de balance:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + g$$

En el ejemplo, se han empleado coordenadas cartesianas. En general, en cualquier tipo de coordenadas y de forma vectorial, esta expresión se expresa:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + g$$

Algunas simplificaciones a esta ecuación son las siguientes:

1-. Si la conductividad no depende de la posición: $\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + g$

2-. Si la situación es de régimen permanente: $\nabla^2 T + \frac{g}{k} = 0$

3-.En el caso más simple de que no exista fuente de generación: $\nabla^2 T = 0$

Para que el problema quede totalmente cerrado, es preciso especificar las condiciones físicas que existan en las fronteras del medio (condiciones de entorno) y, si la situación depende del tiempo, también habrá que especificar la condición del medio en algún instante inicial. Como la ecuación es de segundo orden en las coordenadas espaciales, habrá que especificar dos condiciones de contorno para cada orden espacial. Al ser la dependencia temporal una derivada de primer orden, sólo será necesaria una condición inicial.

Con respecto a las condiciones de contorno, hay varias posibilidades que se corresponden con distintas situaciones físicas y se expresan de diferente forma matemática. A continuación se resumen estas posibilidades para una coordenada cualquiera x.

a) Condición de 1ª especie (o de Dirichlet): Temperatura superficial conocida

$$T(0,t)=T_s$$

b) Condición de 2ª especie (o de Neumann): Flujo de calor superficial conocido:

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x=0} = q_0$$

c) Condición de 3ª especie (o convectiva): Balance de energía en superficie

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x=0} = h\,(T_\infty - T_{x=0})$$

4.2 Conducción unidimensional en régimen permanente. Analogía eléctrica.

Consideremos una placa plana en la que la temperatura es solo función de la coordenada X y el calor se transfiere exclusivamente en esa dirección. Se considera el régimen estacionario, en el que las propiedades no varían con el tiempo y se asume que no hay generación. La ecuación que gobierna el proceso será: $\nabla^2 T = 0$ que en coordenadas cartesianas y a lo largo del eje X se expresa: $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$. Al tratarse de régimen estacionario, no es preciso imponer ninguna condición inicial. En cuanto a las condiciones de contorno, se impondrá la temperatura en los extremos:

X=0; $T=T_1$

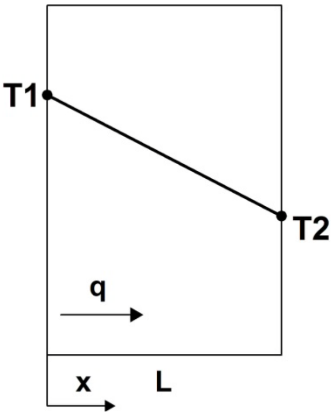
X=L; $T=T_2$

La solución de la ecuación general será una recta de la forma: $T(x) = ax + b$ puesto que cualquier función lineal tiene su segunda derivada nula. Las constantes a y b se determinan mediante las condiciones de contorno.

X=0, $T=T_1 \rightarrow b = T_1$

X=L, $T=T_2 \rightarrow a = \frac{T_2 - T_1}{L}$

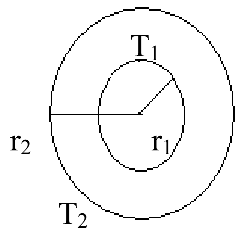
Por lo que la solución completa será: $T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$



La solución anterior corresponde a una distribución lineal de temperaturas, entre los valores T_1 y T_2. Para calcular el flujo de calor se procederá:

$$q(x) = -k\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_1 - T_2}{L/_k} \qquad\qquad Q(x) = q(x)A = \frac{T_1 - T_2}{L/_k\, A}$$

Nótese por el signo (-) en la ecuación anterior implica que el calor se transfiere desde los puntos de mayor temperatura a los de menor. Si el problema que se plantea tiene simetría cilíndrica (como en el caso de tuberías, por ejemplo), la ecuación habrá que resolverlas en coordenadas cilíndricas:



$\frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dT}{dr}\right) = 0$, con las condiciones de contorno:

$r = r_1$; $T=T_1$
$r = r_2$; $T=T_2$

La solución general a este problema es: $T(r) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(r_2/r_1\right)} \ln\left(r/r_1\right)$

Y el flujo de calor se obtendrá como:

$$q(r) = -k\frac{dT}{dr} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{r}{k}\ln(r_2/r_1)} \quad \rightarrow \quad Q = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)/2\pi kL} = 2\pi rLq\,.$$

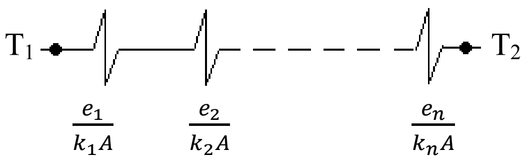
La forma de estas soluciones permite concebir un modelo sencillo para la resolución de problemas basado en la analogía eléctrica. Se aprecia que, en ambos casos, el flujo de calor es igual a la diferencia de temperaturas dividido por una constante, a la que denominamos "resistencia térmica". En esta analogía, la diferencia de temperatura será análoga a la diferencia de potencial de los circuitos eléctricos y el flujo de calor será asimilable a la corriente eléctrica, es decir:

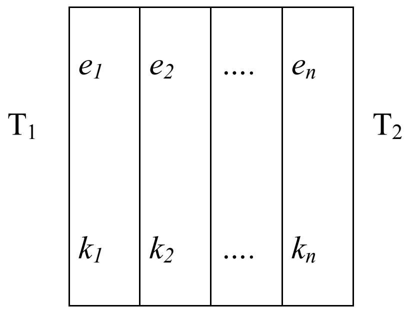
$$V \leftrightarrow T$$

$$R_{elec.} \leftrightarrow R_{térm.}$$

$$I \leftrightarrow Q$$

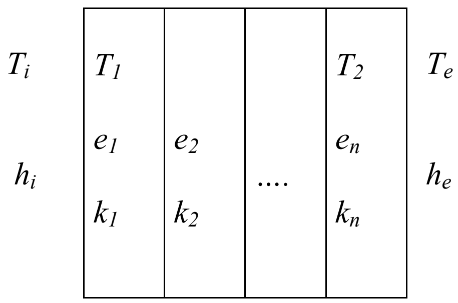
Según los resultados anteriores $R_{placa} = \frac{L}{kA}$ y $R_{cilindro} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL}$. La analogía propuesta permite resolver de manera simple sistemas compuestos, como es el caso de aislamientos de muros, tuberías, etc, sin más que calcular la resistencia equivalente del sistema. Por ejemplo, en un muro formado por diferentes elementos, con distintos espesores y conductividades, se tendrá:

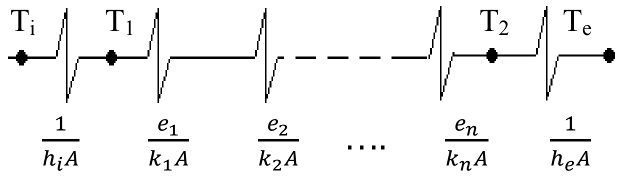




y el flujo de calor se calculará como: $Q = \dfrac{T_1 - T_2}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{e_i}{k_i A}}$

Hasta ahora se ha impuesto condiciones de contorno de 1ª especie. Pero puede que lo que se conozca en el problema sea la temperatura caliente a ambos lados del sistema con el que intercambia calor por convección. A partir de la ley de enfriamiento de Newton: $Q = h_{i,e} A(T_{i,e} - T_{1,2})$ se comprueba que la analogía eléctrica puede mantenerse si se define la resistencia térmica convectiva: $R_{conv} = \dfrac{1}{hA}$, por lo que el esquema será:





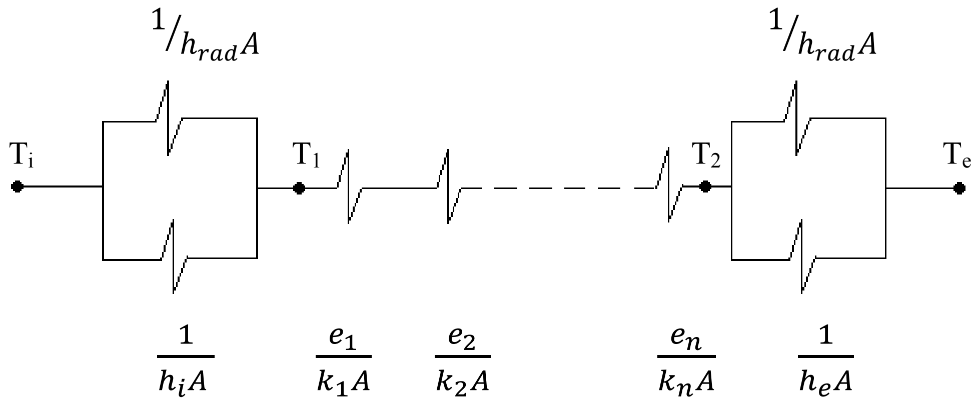
y el flujo de calor se calculará como: $Q = \dfrac{T_i - T_e}{\dfrac{1}{h_i A} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{e_i}{k_i A} + \dfrac{1}{h_2 A}}$

Finalmente, si el intercambio con el ambiente es tanto convectivo como radiante podemos recurrir a una resistencia radiante de la forma:

$$Q_{rad} = \sigma \varepsilon A\left(T^4 - T_{amb}^4\right) = h_{rad} A\left(T - T_{amb}\right)$$

de donde: $h_{rad.} = \frac{\sigma\varepsilon(T^4 - T_{amb.}^4)}{T - T_{amb.}}$ y $R_{rad.} = \frac{1}{h_{rad.} A}$

Si, como ocurrirá con frecuencia, las temperaturas ambiente para la convección y radiación coinciden, el esquema equivalente será:



Nótese que las resistencias convectiva y radiante se disponen en el esquema es paralelo, puesto que el flujo de calor puede intercambiarse tanto por un mecanismo como por otro. En este esquema completo, el flujo de calor vendrá dado por:

$$Q = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{(h_e + h_{rad.})A} + \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{k_i A} + \frac{1}{(h_i + h_{rad.})A}}$$

A menudo se agrupan todas estas expresiones utilizando el denominado coeficiente global de transferencia U, definido como $Q = UA(T_1 - T_2)$. El coeficiente global agrupa todas las resistencias térmicas del sistema. En este caso:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_e + h_{rad.}} + \sum \frac{e_i}{k_i} + \frac{1}{h_i + h_{rad.}}}$$

Por último, es preciso reconocer que en sistemas compuestos (paredes) la caída de temperatura a lo largo de la interfaz entre los materiales puede no ser despreciable. Este cambio de temperatura se atribuye a los efectos de rugosidad de la superficie y se modela por medio de la denominada resistencia de contacto. Por unidad de área de interfaz, la resistencia de contacto se define como:

$$R_c = \frac{T_A - T_B}{q},$$

donde T_A y T_B son las temperaturas a ambos lados de la interfaz y q es el flujo de calor. En el cálculo del coeficiente de transferencia habrá que añadir (si la hubiera) las resistencias térmicas de contacto entre superficies:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_e + h_{rad.}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{k_i} + \sum_{i=1}^{m} R_{ci} + \frac{1}{h_i + h_{rad.}}}$$