



DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA II
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Campus de El Ejido
29013 MÁLAGA (ESPAÑA)

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL (Ampliación de Física)

RELATIVIDAD **Relación de problemas**

1.- Una barra de 1 metro de longitud propia se encuentra en reposo en el sistema de referencia O' , que se mueve respecto al sistema de referencia O con una velocidad $u = 0.9c$ en la dirección $x-x'$. Si los extremos de la barra tienen las coordenadas $x'_2 = 2.71\text{m}$; $y'_2 = 1.71\text{m}$; $x'_1 = 2.00\text{m}$; $y'_1 = 1.00\text{m}$, ¿cuáles serán las coordenadas de los extremos de la barra en el sistema O medidas en el instante $t = 0$ según:

- las transformaciones de Galileo
- las transformaciones de Lorente
- ¿Qué ángulo formará la barra con la dirección $x-x'$ en cada uno de los dos casos?

Solución: a) $x_2 = 2.71\text{m}$; $x_1 = 2.00\text{m}$; $y_2 = 1.71\text{m}$; $y_1 = 1.00\text{m}$; $\alpha = 45^\circ$ con la dirección $x-x'$. b) $x_2 = 1.18\text{m}$; $x_1 = 0.87\text{m}$; $y_2 = 1.71\text{m}$; $y_1 = 1.00\text{m}$; $\alpha = 66^\circ 24'$ con la dirección $x-x'$.

2.- En la Física de altas energías se han proyectado experimentos en los que dos aceleradores de alta energía adyacentes lanzan sus haces de protones (núcleos de átomos de hidrógeno) a la misma región del espacio pero en direcciones opuestas. En un experimento normal, cada rayo protónico contendrá partículas moviéndose con velocidad $0.95c$ respecto a un observador estacionario. Consideremos un observador en reposo respecto a los protones del primer haz. ¿Cuál será la velocidad con que vea aproximarse a los protones del segundo haz?

- Según la Cinemática clásica (newtoniana)
- Según la Cinemática relativista

Solución: a) $-1.90c$. b) $-0.999c$.

3.- La longitud de un cohete, medida por un observador en reposo con relación al mismo es 30m . ¿Cuál será su longitud medida por un observador fijo en el suelo cuando el cohete se mueve con una velocidad de:

- 10^4 m/s
- $2 \cdot 10^8\text{ m/s}$

Solución: a) 30m . b) 22.04m .

4.- Desde la Tierra se observa cómo el satélite Io de Júpiter es eclipsado por el planeta a las $9\text{h } 58\text{min PM}$ según el reloj del observatorio. Si hubiese un observador en Júpiter con un reloj sincronizado con el de la Tierra, vería cómo la Tierra eclipsaba a la Luna a las $9\text{h } 27\text{min PM}$ del mismo día. En ese momento, la Tierra y Júpiter se encuentran separados una distancia aproximada de $8 \cdot 10^{11}\text{ m}$.

- ¿Cuál tendría que ser la velocidad mínima que debería llevar una astronave dirigiéndose desde la Tierra a Júpiter para que los tripulantes vieran primero el eclipse de Io por Júpiter?

b) ¿Cuál es el intervalo mínimo de tiempo entre los dos eclipses para que pudieran estar ligados por una dependencia causal?

Solución: a) 0.7c. b) $2.67 \cdot 10^3$ s.

5.- La masa en reposo del electrón es $9.109 \cdot 10^{-31}$ kg, la del protón $1.673 \cdot 10^{-27}$ kg y la del neutrón $1.675 \cdot 10^{-27}$ kg. Calcular sus energías en reposo.

Solución: 0.51 MeV, 939.8 MeV, 941.01 MeV.

6.- Un electrón se mueve con una velocidad de 10^8 m/s. ¿Qué error se comete al calcular su energía cinética mediante la expresión clásica?

Solución: 8.7%

7.- Un posible origen de energía estelar consistiría en la fusión de cuatro núcleos de hidrógeno (protones) para formar el helio (dos protones y dos neutrones) a lo largo de una serie de reacciones nucleares en las que interviene el núcleo del átomo de carbono. La masa en reposo del protón es 1.67310^{-27} kg y la del núcleo de helio es 6.645910^{-27} kg. ¿Qué cantidad de energía se libera en este proceso de fusión?

Solución: 24.8 MeV

8.- El núcleo de ^{216}Po ($3.5867 \cdot 10^{-25}$ kg) es inestable y exhibe propiedades radiactivas, desintegrándose para formar un núcleo de ^{212}Pb ($3.5201 \cdot 10^{-25}$ kg) y emitiendo una partícula alfa, que es un núcleo de helio ^4He ($6.6470 \cdot 10^{-27}$ kg). Determinar la energía liberada en la desintegración.

Solución: 7.3 MeV

9.- Calcular el incremento de masa de un electrón que se mueve con una velocidad de 0.6c, 0.9c y 0.99c.

Solución: $2.28 \cdot 10^{-31}$ kg, $1.18 \cdot 10^{-30}$ kg, $5.55 \cdot 10^{-30}$ kg.

10.- Bajo ciertas condiciones, un rayo γ puede crear dos partículas: un electrón y un positrón, desapareciendo en el proceso el rayo γ . Este proceso se denomina creación de pares. El positrón es idéntico al electrón, salvo en la carga eléctrica que es de signo opuesto. ¿Qué energía mínima deberá tener un rayo γ para que se pueda producir un par electrón-positrón?

Solución: 1.02 MeV

11.- Cuando una partícula cargada, en reposo, denominada mesón π (pión) se desintegra dando un mesón μ (muón), el proceso dura por término medio 2.510^{-8} s. Si un pión se mueve en relación al observador con una velocidad tal que su energía cinética sea el doble que su energía en reposo, ¿qué distancia habrá recorrido con relación al observador antes de desintegrarse?

Solución: 21.2 m



1. Sabiendo que el máximo de la radiancia espectral correspondiente a la luz emitida por el Sol se produce, antes de atravesar la atmósfera, para una frecuencia de $3,6 \cdot 10^{14}$ Hz, calcular la temperatura del Sol.

SOL: a) 6122,45 K

2. Sabiendo que la expresión de la radiancia espectral es $R_T = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2 (e^{h\nu/kT} - 1)}$, obtener la constante de

Stefan-Boltzmann. Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s ; $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Js ; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K

SOL: $5,67 \cdot 10^{-8}$ W/m²K⁴

3. ¿Hasta qué temperatura hay que calentar un cuerpo negro que inicialmente se encuentra a 150°C para que se duplique la energía radiada?

SOL: 230°C

4. Una luz ultravioleta de 2600 Å de longitud de onda arranca fotoelectrones de un metal dotándoles de una energía cinética máxima de 1,34 eV. ¿Cuál será la longitud de onda máxima de la radiación luminosa capaz de arrancar fotoelectrones de ese mismo metal?

SOL: 3613 Å

5. Para extraer un electrón de un átomo de cierto metal se necesita una energía mínima de 3,5 eV, lo cual se consigue haciendo incidir una radiación monocromática de una cierta frecuencia sobre una lámina de dicho metal. Si este metal constituye el cátodo o placa de una célula fotoeléctrica de vacío, en la que se establece una d.d.p. entre placa y colector de 4,5 V, calcular: a) la frecuencia umbral (ν_0), b) la máxima velocidad con la que llegaría un electrón al colector.

SOL: a) $8,45 \cdot 10^{14}$ Hz ; b) $1,26 \cdot 10^6$ m/s

6. Al iluminar cierta superficie metálica con radiación de longitud de onda creciente se obtienen los siguientes valores para el potencial de corte

λ (nm)	366	405	436	492	546	579
V_0 (V)	1,48	1,15	0,93	0,62	0,36	0,24

Calcular a) la frecuencia umbral y b) el trabajo de extracción del metal.

SOL: a) $\nu_0 = 4,60 \cdot 10^{14}$ Hz ; b) $W_0 = 1,89$ eV

7. Una radiación de 0,01 MeV de energía es dispersada 60° por un electrón libre en reposo. Determinar a) la longitud de onda y la frecuencia de la radiación dispersada. b) ¿Cuál es la energía cinética adquirida por el electrón?

SOL: a) $\lambda = 1,2545$ Å ; $\nu = 2,39$ EHz ; b) 96,65 eV

8. En su experiencia original Compton utilizó fotones de 0,0711 nm de longitud de onda. Calcular: a) la energía de dichos fotones, b) la longitud de onda del fotón dispersado para $\theta = 180^\circ$.

SOL: a) 17474 eV ; b) 0,76 Å

9. Una radiación cuya energía es de 216 keV experimenta la difusión de Compton. Determinar: a) ¿a qué región del espectro electromagnético corresponde dicha radiación? b) ¿Cuál es la frecuencia de la radiación dispersada si el ángulo de dispersión es de 60°? c) ¿Cuáles son los valores mínimo y máximo que puede tener la energía cinética del electrón en retroceso?

SOL: a) rayos gamma b) $4,30 \cdot 10^{19}$ Hz ; c) 0 keV ; 98,86 keV

10. Calcúlese la diferencia de potencial necesaria para obtener en un microscopio electrónico una longitud de onda de 0,5 Å.

SOL: 603,08 V

11. Un electrón posee una energía cinética de 100 eV. Hállese la longitud de onda asociada a dicho electrón. Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js ; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

SOL: 1,23 Å

12. Determinar la relación entre la longitud de onda asociada a un neutrón (λ_n) con respecto a la de un electrón (λ_e) si ambas partículas tienen la misma energía cinética.

Datos: $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg

SOL: $\lambda_n/\lambda_e = 0,0233$

13. Si la celeridad de un electrón viene dada por $v = (0,5501 \pm 0,0005) \cdot 10^8$ m/s , calcular la mínima incertidumbre con que puede conocerse su posición x .

SOL: $\Delta x \geq 1,16$ nm

14. Tras excitar un átomo éste cede el exceso de energía en forma de fotones; si el tiempo transcurrido entre la excitación y la emisión de radiación es de 10^{-8} s, ¿cuál será la imprecisión con que estará afectada la frecuencia de la radiación emitida?

SOL: $\Delta \nu \geq 7,96$ Mhz

15. Demostrar que la incertidumbre en la energía cinética de una partícula que se mueve en una trayectoria rectilínea viene dada por $\Delta E_C = v \Delta p$, siendo v el módulo de la velocidad y Δp la incertidumbre del momento lineal. Utilice este resultado para determinar la incertidumbre mínima en la energía cinética de un electrón de 500 eV de energía cinética sabiendo que su posición se conoce con una incertidumbre de 1 mm.

SOL: $(\Delta E_{Ce})_{\min} = 4,37$ μ eV

16. La energía de estado $n=5$ de una partícula en una caja es 7,5 meV. Determinar: a) ¿Cuál es la energía del estado fundamental? b) Si la partícula es un protón, ¿cuál es la longitud de la caja? DATO: masa del protón $1,675 \cdot 10^{-27}$ kg.

SOL: a) 300 μ eV, b) 8,26 Å

17. La función de onda de una partícula viene dada por $\Psi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$ donde A, B y k son constantes. a) Demuestre que la función de onda es una solución particular de la ecuación de Schrödinger. b) Considerando que la partícula se encuentra libre ($U=0$) encuentre su energía. c) ¿Está cuantizada la energía de la partícula en dichas condiciones?

SOL: a) ...; b) $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$; c) ...

18. La función de onda de un electrón viene dada por $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$. Determinar la probabilidad de localizar el electrón entre $x=0$ y $x=L/4$.

SOL: 0,25



1. Obtener, partiendo de los postulados I y II de Bóhr, la expresión para los niveles de energía electrónicos de un átomo monoeléctrico de número atómico Z :

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4 K_0^2}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{E_0}{n^2} Z^2 \quad [1]$$

donde m y e son la masa y la carga del electrón, respectivamente, y K_0 es la constante de Coulomb. Comprobar que $E_0=13,6$ eV

2. ¿Cuánta energía se requiere para extraer un electrón de un átomo de hidrógeno si éste se encuentra en el estado $n=8$?

SOL: 0,2125 eV

3. La fórmula empírica de Rydberg-Ritz para el átomo de hidrógeno puede escribirse como

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ donde } R_H \text{ es la denominada constante de Rydberg. Calcular el valor de esta constante a}$$

partir de la ecuación [1] del problema 1, y utilizando los postulados III y IV de Bóhr.

DATOS: $m_e=9,1093897 \cdot 10^{-31}$ kg; $e=1,60217733 \cdot 10^{-19}$ C; $\epsilon_0=8,854187817 \cdot 10^{-12}$ F/m; $c=299.792.458$ m/s; $h=6,6260755 \cdot 10^{-34}$ Js

SOL: $1,0973731 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

4. Un átomo de hidrógeno en un estado con energía de enlace (energía necesaria para extraer un electrón del átomo) de 0,85 eV realiza una transición a un estado con una energía de excitación (diferencia entre la energía entre ese estado y la del estado base) de 10,2 eV. a) Encontrar la longitud de onda y el momento lineal del fotón emitido. b) Mostrar esta transición en un diagrama de niveles de energía para el hidrógeno, escribiendo los números cuánticos apropiados.

SOL: a) $\lambda=4872 \text{ \AA}$; $p = 1,36 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ b) ...

5. Si un muón (partícula con igual carga que el electrón, pero cuya masa es 207 veces mayor) es capturado por un núcleo de plomo ($Z=82$), el sistema resultante se comportará como un átomo monoeléctrico. a) Calcular el valor del radio de la primera órbita de Bóhr, b) la energía en los estados $n=1$ y $n=5$. c) ¿Cuál es la energía del fotón emitido en la transición entre los niveles $n=2$ y $n=1$ para este átomo muónico?

SOL: a) $3,1 \cdot 10^{-15} \text{ m}$; b) $E_1=-18,89 \text{ MeV}$; $E_5=-0,76 \text{ MeV}$ c) $E_{\text{fotón}}=14,17 \text{ MeV}$

6. ¿Cuál es la longitud de onda del fotón con más energía que es capaz de emitir un átomo muónico con $Z=1$?

SOL: $4,42 \text{ \AA}$

7. La función de onda electrónica de un orbital 2p de un átomo de hidrógeno es

$$\Psi_{2p}(r) = \frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \left(\frac{r}{a_0} \right) e^{-r/2a_0}$$

donde a_0 es el radio de la primera órbita de Bóhr. a) Calcular el valor más probable de la distancia al núcleo para un electrón que se encuentra en dicho estado. b) Tomando $r=a_0$ calcular el valor de $\Psi_{2p}(a_0)$, $|\Psi_{2p}(a_0)|^2$, y de la densidad de probabilidad radial $P_{2p}(a_0)$.

SOL: a) $r=4a_0$; b) $\Psi_{2p}(a_0) = \frac{e^{-1/2}}{a_0^{3/2}\sqrt{24}}$; $|\Psi_{2p}(a_0)|^2 = \frac{e^{-1}}{24a_0^3}$; $P_{2p}(a_0) = \frac{\pi e^{-1}}{6a_0}$

8. Determinar el número cuántico principal correspondiente al estado excitado de un átomo de hidrógeno si al pasar al estado fundamental emite dos fotones consecutivos de longitudes de onda 4887 Å y 1216 Å (en este orden). DATO: $hc=12413 \text{ eV \AA}$

SOL: $n=4$

9. Un átomo de hidrógeno se encuentra en el estado 6g. a) ¿Cuál es su número cuántico principal? ¿y su número cuántico orbital? b) ¿Cuál es la energía de ese estado? c) ¿Cuáles son los valores posibles del número cuántico magnético?

SOL: a) $n=6$; $\ell=4$; b) $E = -0,37 \text{ eV}$; c) $m = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

10. Un electrón de un átomo de hidrógeno experimenta una transición desde un estado inicial $n_i=5$ a un estado final $n_f=3$. a) Identificar la serie espectral a la que pertenece dicha emisión. b) Determinar las energías inicial y final del electrón. c) Calcular la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida como resultado de esta transición.

SOL: a) Serie de Paschen; b) $E_5=-0,544 \text{ eV}$; $E_3=-1,511 \text{ eV}$; c) $\nu=2,335 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; $\lambda=1284,8 \text{ nm}$

11. ¿Cuál es el mayor estado que puede alcanzar un átomo de hidrógeno, que se encuentra inicialmente en su estado fundamental, cuando se le bombardea con un electrón cuya energía es de 12,6 eV?

SOL: $n=3$

12. Suponiendo que la órbita de un electrón en el modelo de Bohr es equivalente a una espira de corriente de radio r cuyo momento dipolar magnético es $|\vec{M}| = I\pi r^2$, demostrar que el momento dipolar magnético del electrón en el n -ésimo estado del átomo viene dado por: $|\vec{M}| = \frac{e\hbar}{2m} n$.

13. Si la interacción atractiva entre protón y electrón fuese del tipo $F = -\frac{e^2}{r^{3/2}}$, en lugar de la interacción coulombiana, ¿cuáles serían los niveles energéticos de un átomo de hidrógeno?

NOTA: Suponer órbitas circulares y utilizar la condición de cuantización de Bohr (segundo postulado).

SOL: $E_n = -\frac{3}{2} \left(\frac{me^8}{n^2 \hbar^2} \right)^{1/3}$

14. Escribir la configuración electrónica de los elementos siguientes: a) Nitrógeno ($Z_N=7$), b) Oxígeno ($Z_O=8$). c) ¿Cuántos electrones desapareados tiene cada uno de los elementos anteriores?

SOL: a) N : $1s^2 2s^2 p^3$; b) O : $1s^2 2s^2 p^4$; c) N: 3; O: 2



DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA II
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL (Ampliación de Física)

EL NÚCLEO ATÓMICO Relación de problemas

- 1.- a) Estimar la energía potencial eléctrica U_e entre dos protones del ${}^4\text{He}$.
b) La energía necesaria para separar un protón del núcleo ${}^4\text{He}$ es de unos 20 MeV. Usar este resultado para comparar las fuerzas eléctrica y nuclear que actúan sobre cada protón.

Datos: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$

Solución: a) $8,2 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 1 \text{ MeV}$ b)...

- 2.- Las siguientes ecuaciones:

$$B = C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 Z (Z - 1) A^{-1/3}$$

$$B/A = C_1 - C_2 A^{-1/3} - C_3 Z (Z - 1) A^{-4/3}$$

Contienen tres constantes ajustables (C_1 , C_2 , C_3), podemos usar la energía de ligadura de tres núcleos para determinar las constantes. Usar la energía de ligadura de ${}^{11}\text{B}$, ${}^{68}\text{Zn}$ y ${}^{197}\text{Au}$ para estimar estas constantes.

Datos: Masas en u: ${}^{11}\text{B} = 11,009305$; ${}^{68}\text{Zn} = 67,924857$; ${}^{197}\text{Au} = 196,96656$;
 $H=1,007825$; $N=1,008665$. $c^2 = 931,5 \text{ MeV/u}$

Solución: $C_1=17,1 \text{ MeV}$; $C_2=20,7 \text{ MeV}$; $C_3=1,05 \text{ MeV}$

- 3.- La actividad del ${}^{14}\text{C}$ se puede usar para determinar la edad de algunos descubrimientos arqueológicos. Suponer que una muestra contiene ${}^{14}\text{C}$ que tiene una actividad de $2,8 \cdot 10^7 \text{ Bq}$. La vida media del ${}^{14}\text{C}$ es 5730 años.

- a) Encontrar la constante de desintegración del ${}^{14}\text{C}$ en s^{-1} .
b) Determinar la población de núcleos de ${}^{14}\text{C}$ en esta muestra.
c) ¿Cuál será la actividad de esta muestra después de 1000 años?
d) ¿Cuál será la actividad después de 4 veces la vida media del ${}^{14}\text{C}$?

Solución: a) $\lambda = 3,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$; b) $N_0 = 7,3 \cdot 10^{18}$ núcleos ; c) $R = 2,5 \cdot 10^7 \text{ Bq}$; d) $R = 1,7 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

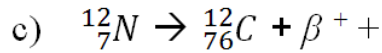
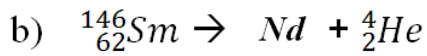
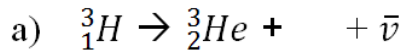
- 4.- La ecuación $Q_\alpha = (M_P + M_D - M_{\text{He}})c^2$ proporciona un método de analizar si un núclido es estable o inestable. Imaginar que elegimos como padre de una posible desintegración a un núclido de gran masa, si la sustitución de las masas en la citada ecuación da un valor positivo para Q_α , el núclido será inestable. Usar este método para determinar la estabilidad a del núclido



Datos: Masas en u: ${}_{88}^{226}\text{Ra} = 226,025406$; ${}_{86}^{222}\text{Rn} = 222,017574$; $\text{He} = 4,002603$

Solución: *Inestable.*

5.- Rellenar los espacios en blanco con los símbolos adecuados en las siguientes reacciones de desintegración:



6.- Además del becquerelio, otra unidad común de la actividad es el curio (Ci). La relación entre el becquerelio y el curio es $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$. La vida media del ${}^{226}\text{Ra}$ es 1620 años. Demostrar que la actividad de 1 g de ${}^{226}\text{Ra}$ es 1 Ci.

Datos: $M_a \text{ Ra} = 226 \text{ u}$.

Solución: ...

7.- a) Demostrar que el intervalo de tiempo t necesario para que la actividad de una muestra radiactiva se reduzca de su valor inicial R_0 a un valor R es:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_0}{R}$$

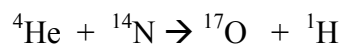
b) En un instante particular, la actividad de una muestra que contiene ${}^{131}\text{I}$ ($T_{1/2} = 8,04$ d) es 59 MBq. ¿Cuál es el tiempo necesario para que esta actividad disminuya a 5,9 MBq?

Solución: a) ...; b) $2,3 \cdot 10^6 \text{ s}$

8.- Calcular la energía total en kilovatios-horas liberada en la fisión de 1g de ${}^{235}\text{U}$, suponiendo que se liberan 200 MeV por cada fisión nuclear.

Solución: $E = 2,28 \cdot 10^4 \text{ kW}\cdot\text{h}$

9.- Determinar la energía de reacción de la siguiente reacción:



¿Es exotérmica o endotérmica esta reacción?

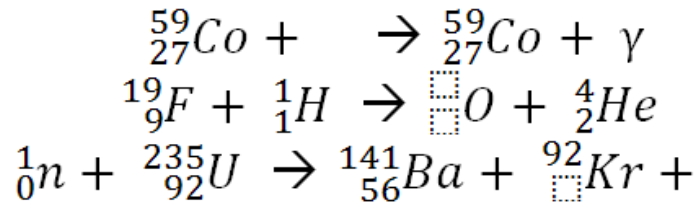
Datos: Masas en u: ${}^4\text{He} = 4,002603$; ${}^{14}\text{N} = 14,003074$; ${}^{17}\text{O} = 16,999133$; ${}^1\text{H} = 1,0078252$.

Solución: $E = -1,19 \text{ MeV}$; endotérmica.

10.- Encuentre la energía total liberada en las reacciones de fusión en el ciclo protón-protón.

Datos: $M_p = 1,007825 u$.

11.- Rellenar los espacios en blanco con los símbolos adecuados en las siguientes reacciones:





1. Un condensador de láminas planas y paralelas está constituido por dos placas de aluminio de $0,75 \text{ m}^2$ de superficie cada una. Las láminas están separadas por una capa de polietileno de $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ de espesor. Si se le aplica una diferencia de potencial de 30 V , determinar: a) la carga que adquiere cada lámina, b) la carga ligada en la superficie del dieléctrico, c) ¿cuál es el campo eléctrico en el dieléctrico? DATO: Constante dieléctrica del polietileno 2,3.
SOL: a) $22,88 \text{ } \mu\text{C}$; b) $12,93 \text{ } \mu\text{C}$; c) $1,5 \cdot 10^6 \text{ V/m}$

2. Un condensador de láminas planas y paralelas tiene una capacidad de 4 nF y se carga mediante una diferencia de potencial de 200 V . El espacio comprendido entre las armaduras del condensador está ocupado por un dieléctrico cuya constante dieléctrica vale 3. Si una vez cargado el condensador se aísla, determinar: a) ¿qué trabajo hay que realizar para retirar el dieléctrico de entre las láminas del condensador?, b) ¿cuál es la diferencia de potencial en el condensador cuando se ha retirado el dieléctrico?
SOL: a) $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$; b) 600 V

3. La superficie de cada una de las armaduras de un condensador plano es de 100 cm^2 , y su distancia de separación 1 cm . Se carga el condensador uniendo una de sus armaduras a tierra y la otra a una tensión de 3000 V . Se desconecta de la tensión de carga y, sin descargarlo, se llena el espacio comprendido entre ambas armaduras con dos dieléctricos, uno de 6 mm de espesor y constante dieléctrica 6, y el otro de 4 mm de espesor y constante dieléctrica 4, como indica la figura 1. Calcular: a) la carga del condensador, b) el campo eléctrico en cada dieléctrico, c) la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador con los dieléctricos dentro, d) su capacidad.

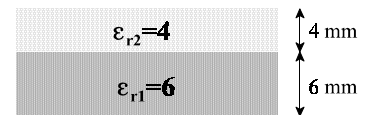


Figura 1

SOL: a) $26,5 \text{ nC}$; b) $5 \cdot 10^4 \text{ N/C}$; c) 600 V ; d) $44,25 \text{ pF}$

4. El campo eléctrico entre las armaduras de un condensador es de 9000 V/m cuando entre ellas hay aire, pero se reduce a 6000 V/m cuando el espacio comprendido entre las armaduras se rellena con cierto dieléctrico. Calcular: a) la constante dieléctrica del dieléctrico, b) la densidad de carga de polarización en el dieléctrico.
SOL: a) 1,5; b) $26,5 \text{ nC/m}^2$

5. Un bloque dieléctrico tiene la forma que indica la figura 2, y está uniformemente polarizado con una polarización \vec{P} . Hallar la densidad de las cargas de polarización, tanto la magnitud como su signo, sobre las caras 1, 2 y 3 del dieléctrico.

SOL: $\sigma_{p1} = -P$; $\sigma_{p2} = 0$; $\sigma_{p3} = P \sin \theta$

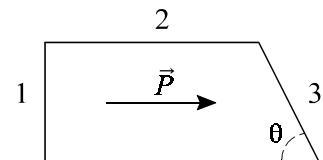


Figura 2

6. Considere un metal como un material polarizable. a) ¿Cuál sería el valor de la polarización? b) ¿Cuál sería su susceptibilidad?
SOL: a) $P = \sigma$; b) $\chi = \infty$

7. Considere el átomo de hidrógeno según el modelo de Böhr. Al someter el átomo a un campo eléctrico \vec{E} perpendicular al plano de la órbita electrónica conseguiremos polarizar el átomo, debido al desplazamiento relativo núcleo-órbita electrónica. Demostrar que en estas condiciones la polarizabilidad α del átomo de hidrógeno viene dada por $\alpha = 4\pi\epsilon_0 r^3$, siendo r el radio de la órbita electrónica. NOTA: Suponga que la distancia entre las cargas del dipolo inducido es mucho menor que el radio de la órbita.

8. Una carga puntual q está situada en el centro de una esfera de radio R y constante dieléctrica ϵ_r . a) Determinar las expresiones del desplazamiento eléctrico \vec{D} , el campo eléctrico \vec{E} y el vector polarización eléctrica \vec{P} en cualquier punto del espacio, es decir para $r < R$, para $r = R$ y para $r > R$. b) Determinar la expresión de la carga de polarización total sobre la superficie de la esfera.

SOL: a1) $r < R$: $\vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{u}_r$; $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \vec{u}_r$; $\vec{P} = \frac{(\epsilon_r - 1)q}{4\pi\epsilon_r r^2} \vec{u}_r$; a2) $r > R$: $\vec{D}_0 = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{u}_r$; $\vec{P}_0 = 0$;

$\vec{E}_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$; a3) $r = R$: $\vec{D} = \frac{q}{4\pi R^2} \vec{u}_r$; $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R^2} \vec{u}_r$; $\vec{P} = \frac{(\epsilon_r - 1)q}{4\pi\epsilon_r R^2} \vec{u}_r$; b) $q_p = \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right) q$



DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA II
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Campus de El Ejido
29013 MÁLAGA (ESPAÑA)

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL
(Ampliación de Física)

PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE LA MATERIA

Relación de problemas

1. Un solenoide ideal por el que circula una corriente de 5 A consta de 300 espiras por metro de solenoide. El núcleo, que es de hierro, tiene una permeabilidad magnética de $5000\mu_0$ en las condiciones dadas. Calcular, dentro del núcleo: a) la intensidad de campo magnético, b) el campo magnético, c) la magnetización.

SOL: a) 1500 A/m; b) 9,425 T; c) 7498500 A/m

2. Un tubo de ferrita muy largo, de radio interior a y radio exterior b , se encuentra imanado uniformemente en la dirección de su eje. Calcular el campo magnético en el eje del tubo.

SOL: $B=0$ T

3. Se pretende desimanar una barra de Alnico 5 introduciéndola dentro de un solenoide de 10 cm de longitud y 100 espiras. Si, para la sustancia considerada, la intensidad del campo coercitivo es 44000 A/m, calcular la intensidad de corriente que debe hacerse pasar por el solenoide.

SOL: $I=44$ A

4. El interior de un largo solenoide se rellena con hierro, de manera que el campo magnético en su interior aumenta desde un valor original B_0 hasta B . Determinar la relación B/B_0 , suponiendo que en las condiciones dadas la susceptibilidad del hierro es la cuarta parte de su máximo valor. DATO: $(\chi_{\text{Fe}})_{\text{max}}=5000$.

SOL: $B/B_0=1251$

5. Se arrollan 200 espiras sobre un cilindro de madera de 20 cm de longitud y se hace pasar por ellas una corriente de 2 A; en estas condiciones el solenoide es equivalente a una barra imanada de dimensiones idénticas al cilindro. Calcular la magnetización del imán.

SOL: $M=2000$ A/m

6. Un electrón gira uniformemente en una órbita circular de $5,5 \cdot 10^{-11}$ m de radio. Calcular: a) la corriente efectiva que se requiere para producir un momento magnético de $9,284 \cdot 10^{-24}$ A m², b) el periodo de revolución necesario para producir dicha corriente efectiva.

SOL: a) 976,9 μ A; b) $1,64 \cdot 10^{-16}$ s

7. Una sustancia paramagnética tiene un momento magnético por átomo de $8 \cdot 10^{-24}$ A m². Calcular el campo magnético que se requiere para producir una magnetización igual al 0,1% de la magnetización de saturación a 300 K. DATO: Constante de Boltzmann: $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K

SOL: $B=155,25$ mT

8. Un electrón se mueve en una órbita de $6 \cdot 10^{-11}$ m de radio. Un campo magnético perpendicular al plano de la órbita produce un cambio en la velocidad del electrón de 6,3 m/s, permaneciendo constante el radio. Calcular el valor de dicho campo. DATOS: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

SOL: $B=1,19$ T



INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL (Ampliación de Física)

TRANSFERENCIA DE CALOR Relación de problemas

1.- La pared de un horno industrial se construye con ladrillo de arcilla refractaria de 0.15 m de espesor que tiene una conductividad térmica de 1.7 W/m·K. Mediciones realizadas durante la operación en estado estacionario revelan temperaturas de 1400 K y 1150 K en las superficies interna y externa, respectivamente. ¿Qué potencia calorífica se pierde por conducción a través de una pared de 0.5 m por 3 m de lado?

Solución: 4250 W

2.- Una tubería de vapor sin aislamiento pasa a través de un recinto en el que el aire y las paredes están a 25°C. El diámetro exterior de la tubería es de 70 mm y la temperatura superficial es de 200°C. Si la emisividad de la tubería es de 0.8 y el coeficiente de transferencia por convección natural de la superficie al aire es 15 W/m²·K, ¿qué potencia calorífica se pierde por unidad de longitud de la tubería?

Solución: 998 W/m

3.- Una varilla larga de diámetro D y resistencia eléctrica por unidad de longitud R_e se encuentra inicialmente en equilibrio térmico con el aire del ambiente (a una temperatura T_∞) y las paredes de sus alrededores (a una temperatura T_{alr}). La varilla tiene una emisividad ϵ , una densidad ρ y una capacidad calorífica c constantes y el coeficiente de transferencia de calor por convección con el aire ambiente es h . El equilibrio se altera cuando una corriente eléctrica I pasa a través de la varilla. Se pide:

- Escribir una ecuación diferencial para determinar la variación de la temperatura de la varilla con respecto al tiempo (no es necesario resolverla)
- Simplificar la ecuación anterior para el estado estacionario

4.- Los gases calientes de combustión de un horno se separan del aire ambiente y sus alrededores, que están a 25°C mediante una pared de ladrillo de 0.15 m de espesor. El ladrillo tiene una conductividad térmica de 1.2 W/m·K y una emisividad superficial de 0.8. Se mide una temperatura de la superficie externa de 100°C en estado estacionario. La transferencia de calor por convección natural de la superficie al ambiente se caracteriza por un coeficiente de película de 20 W/m²·K. ¿Qué temperatura alcanza la pared interior del ladrillo en contacto con el horno?

Solución: 352°C

5.- El recubrimiento sobre una placa electrónica se cura exponiendo ésta a la acción de una lámpara infrarroja que proporciona una irradiación de 2000W/m² sobre la placa. El recubrimiento absorbe el 80% de la radiación y tiene una emisividad de 0.8. La placa se expone también a un flujo de aire a 20°C con el que intercambia calor por convección con un coeficiente de película de 15 W/m²·K y las paredes del recinto están a 30°C. Si la pérdida de calor a través de la superficie inferior de la placa se considera despreciable, ¿cuál es la temperatura de curación de la placa?

Solución: 97°C

6.- Una pared exterior de una casa se puede aproximar por una capa de 10.16 cm de ladrillo corriente ($k = 0.7 \text{ W/m}\cdot\text{K}$) seguida de una capa de 3.81 cm de yeso ($k = 0.48 \text{ W/m}\cdot\text{K}$). ¿Qué espesor de aislante de lana de roca ($k = 0.065 \text{ W/m}\cdot\text{K}$) debería añadirse para reducir en un 80% la transferencia de calor a través de la pared?

Solución: 5.84 cm

7.- El muro de una cámara frigorífica de conservación de productos congelados se construirá del modo siguiente: i) revoco de cemento de 2 cm de espesor ($k = 0.8 \text{ W/m}\cdot\text{K}$); ii) 25 cm de ladrillo macizo ($k = 0.6 \text{ W/m}\cdot\text{K}$); iii) Corcho expandido de un espesor por determinar ($k = 0.05 \text{ W/m}\cdot\text{K}$); iv) 7 cm de ladrillo hueco ($k = 1.1 \text{ W/m}\cdot\text{K}$); v) revoco de cemento de 2 cm de espesor ($k = 0.8 \text{ W/m}\cdot\text{K}$). La temperatura interior de la cámara es de -25°C y la temperatura exterior de 30°C y los coeficientes de transferencia por convección exterior e interior tienen por valores $20 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ y $12 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, respectivamente. Si las pérdidas del muro de la cámara se limitan por motivos económicos a 10 W/m^2 , se pide:

- el coeficiente global de transferencia de calor
- el espesor de corcho que debe colocarse
- la distribución de temperaturas en el muro

Solución: a) $0.182 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$; b) 0.242 m ; c) $T_1 = 29.5^\circ\text{C}$, $T_2 = 29.25^\circ\text{C}$; $T_3 = 25.1^\circ\text{C}$, $T_4 = -23.3^\circ\text{C}$, $T_5 = -24^\circ\text{C}$, $T_6 = -24.25^\circ\text{C}$

8.- Por el interior de un tubo de 2.5 cm de diámetro interior circula agua a 50°C con un coeficiente de intercambio para convección forzada en flujo interno de $3500 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. El tubo tiene una pared de 0.8 mm de espesor y una conductividad térmica de $16 \text{ W/m}\cdot\text{K}$. El exterior del tubo pierde calor por convección natural con un coeficiente de transferencia de $7.6 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Determinar el coeficiente global de transferencia de calor (referido al área exterior) y la pérdida de calor por unidad de longitud hacia el aire circundante, que se encuentra a 20°C .

Solución: $U_e = 7.577 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$; $q = 19 \text{ W/m}$

9.- Por el interior de una tubería de acero de 17 cm de diámetro exterior y 15 cm de diámetro interior ($k = 15 \text{ W/m}\cdot\text{K}$) circula vapor a 274°C atravesando un local que se encuentra a 21°C . Los coeficientes de transferencia por convección exterior e interior son $10 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ y $2000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, respectivamente. Determinar:

- espesor de aislante (lana de roca de conductividad térmica $k = 0.048 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ necesario para reducir el flujo de calor a la tercera parte
- espesor de aislante necesario para reducir la temperatura superficial del exterior de la tubería hasta un valor máximo de 50°C .

Solución: a) 1.1 cm; b) 3.2 cm

10.- La distribución de temperaturas a través de una pared de 1 m de espesor y 10 m^2 de superficie en cierto instante está dada por: $T(x) = a + bx + cx^2$ ($^\circ\text{C}$, m). El valor de las constantes es: $a = 900^\circ\text{C}$; $b = -300^\circ\text{C/m}$ y $c = -50^\circ\text{C/m}^2$. En la pared tiene lugar una generación de calor uniforme de 1000 W/m^2 y su densidad, conductividad térmica y capacidad calorífica son, respectivamente: 1600 kg/m^3 , $40 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ y $4 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$. Se pide:

- La potencia calorífica que entra y sale de la pared
- La potencia calorífica almacenada en la pared

Solución: a) $q_{ent} = 120 \text{ kW}$; $q_{sal} = 160 \text{ kW}$; b) -30 kW

11.- Una barra delgada de cobre (de conductividad térmica k , densidad ρ y capacidad calorífica c_p constantes) de sección transversal rectangular, cuya anchura w es mucho mayor que su espesor L , se mantiene en contacto con un sumidero de calor en la superficie inferior de forma que la temperatura de esta superficie es aproximadamente igual a la del sumidero, T_0 . De pronto, se hace pasar una corriente eléctrica a través de la barra que provoca una generación volumétrica uniforme de calor q_{gen} y una corriente de aire a temperatura T_∞ se hace pasar sobre la superficie superior (el coeficiente de intercambio por convección es h). Obtener la ecuación diferencial (no es necesario resolverla) y las condiciones de contorno e inicial que permitan resolver la distribución de temperatura de la barra en función de la posición y del tiempo.

12.- Un fabricante de electrodomésticos propone un diseño de horno con autolimpieza que implica el uso de una ventana compuesta que separa la cavidad del horno del aire ambiental. El compuesto consistirá en dos plásticos de alta temperatura (A y B) de espesores $L_A = 2L_B$ y conductividades térmicas $k_A = 0.15 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ y $k_B = 0.08 \text{ W/m}\cdot\text{K}$. Durante el proceso de autolimpieza, las temperaturas de la pared y del aire del horno T_p y T_a son de 400°C mientras que la temperatura del aire del cuarto T_∞ es de 25°C . Los coeficientes de transferencia de calor internos por convección y radiación, así como el coeficiente de convección externa son todos de $25 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. ¿Cuál es el espesor mínimo de la ventana $L (= L_A + L_B)$ para asegurar que la temperatura en la superficie externa de la ventana en el estado estacionario no sobrepase los 50°C por razones de seguridad?

Solución: 62.7 mm

13.- Un chip delgado de silicio y un sustrato de aluminio ($k = 238 \text{ W/m}\cdot\text{K}$) de 8 mm de espesor están separados por una unión de 0.02 mm de espesor. El chip y el sustrato tienen cada uno 10 mm de lado y las superficies expuestas se enfrían con aire a 25°C con un coeficiente de transferencia de $100 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Si el chip, cuya resistencia térmica se considera despreciable, disipa 10^4 W/m^2 en condiciones normales y la resistencia de contacto entre el chip y la unión es de $0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2\cdot\text{K/W}$, determinar la temperatura de operación del chip en estado estacionario.

Solución: 75.3°C

14.- La presencia de efectos que compiten en sentidos opuestos al aumentar el espesor de aislamiento de los sistemas radiales sugiere la posible existencia de un espesor de aislamiento óptimo para este tipo de sistemas. Aunque la resistencia de conducción aumenta al agregar aislante, la resistencia de convección (con coeficiente de transferencia h) disminuye debido al aumento del área de la superficie exterior. Por esta razón, puede haber un espesor de aislamiento que minimice la pérdida de calor al maximizar la resistencia total a la transferencia de calor. Considere un tubo de cobre con pared delgada de radio r_i que se utiliza para transportar un fluido refrigerante de baja temperatura T_i , menor que la del aire ambiente T_∞ . Justifique la existencia o no de un espesor de aislamiento de conductividad térmica k que minimice la pérdida total de calor y determine el valor del mismo en su caso.