

TEMA 5

FUENTES DEL CAMPO MAGNÉTICO

1. Ley de Biot y Savart

En 1820, el físico danés H. Christian Oersted observó que la aguja de una brújula se desviaba cuando se encontraba cerca de un hilo conductor recorrido por una corriente, lo cual era indicio de la presencia de un campo magnético en las proximidades del conductor. Para ver la forma que tienen las líneas de campo, basta con situar la brújula en diversos puntos alrededor del alambre y ver la dirección y sentido que adopta su aguja: el polo norte de la aguja, como sabemos, se alinea con el vector Campo. Si el conductor es rectilíneo y muy largo, se observa experimentalmente que las líneas de campo son circunferencias centradas en el hilo y situadas en planos perpendiculares al mismo, y el sentido de circulación de las mismas se obtiene con la regla de la mano derecha: si el pulgar indica el sentido de la corriente que circula por el conductor, el resto de los dedos de la mano indican el sentido de circulación de las líneas y, por tanto, el sentido del campo creado por la corriente (Figura 1). La existencia de estas líneas de campo (que no su sentido de circulación) pueden ponerse de manifiesto espolvoreando limaduras de hierro sobre un papel perforado perpendicularmente por el hilo conductor: se alinearán formando circunferencias concéntricas. La única precaución que hay que tomar es que la intensidad sea lo suficientemente grande como para que el campo magnético que cree sea muy superior al terrestre, con el fin de que éste no enmascare a aquél.

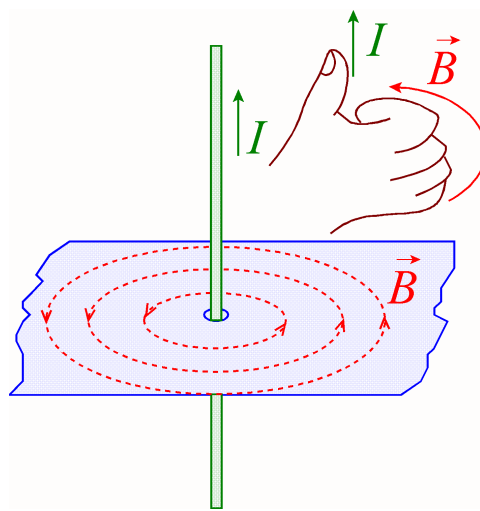


Figura 1

Lo que faltaba para poder evaluar \vec{B} era su relación cuantitativa con la intensidad de corriente I que circula por el conductor. Por aquella época se sabía que una carga eléctrica puntual creaba un campo eléctrico \vec{E} que obedecía a una relación cuantitativa simple con q . Ahora Oersted acababa de descubrir una nueva *fente* del campo magnético (una corriente eléctrica) y era preciso encontrar una ley, análoga a la de Coulomb, que relacionase el campo con su fuente. El problema era que no se podía aislar un *punto de corriente* que hiciese las veces de la carga puntual en el campo eléctrico: lo único que se podía hacer era suponer que el campo magnético \vec{B} en un punto cualquiera del espacio era la suma de un conjunto infinito de pequeñas contribuciones, $d\vec{B}$, debidas a elementos diferenciales de conductor, $d\vec{\ell}$. Tales elementos se comportarían en el límite matemático (no físico) como *puntos de corriente*. El campo en un punto cualquiera sería entonces:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} \quad [5.1]$$

donde la integral se extendería a todo el conductor.

Poco después del descubrimiento de Oersted, Jean Baptiste Biot y Felix Savart llegaron a la conclusión

	Aguiar García, J; Delgado Cabello, J. (2011). Física II OCW- Universidad de Málaga http://ocw.uma.es Bajo licencia Creative Commons Attribution-Non-Comercial-ShareAlike 3.0	
--	--	--

experimental de que el campo magnético elemental ($d\vec{B}$) creado por un elemento de conductor ($d\vec{\ell}$) recorrido por una corriente estacionaria I tenía las siguientes propiedades (Figura 2):

- Es perpendicular tanto a $d\vec{\ell}$ (cuya dirección y sentido son los de la corriente) como a \vec{r} (posición del punto respecto de $d\vec{\ell}$).
- El módulo es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre $d\vec{\ell}$ y el punto (r^2).
- El módulo es directamente proporcional a $d\vec{\ell}$ y a la intensidad de corriente.
- También es directamente proporcional al seno del ángulo que forman $d\vec{\ell}$ y \vec{r} .

Estos resultados condujeron a **Biot y Savart** a enunciar su ley de la siguiente forma:

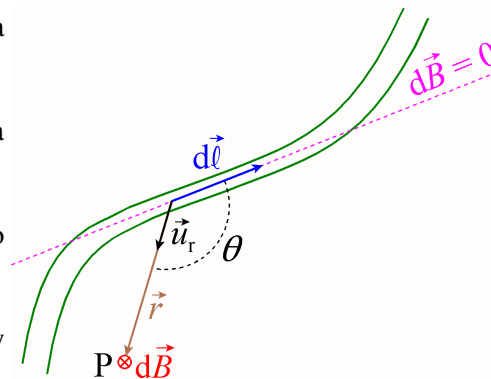


Figura 2

$$d\vec{B} = K_m \frac{Id\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad [5.2a]$$

La constante de proporcionalidad, K_m , se mide en el S.I., en $\text{N/A}^2 = \text{Tm/A}$ (más adelante veremos otras posibles formas de expresar la unidad de K_m). Su valor numérico se ajusta en función de la definición de Amperio: veremos en el siguiente epígrafe que el Amperio se define de forma que K_m sea igual a 10^{-7}N/A^2 . Con objeto de racionalizar las fórmulas (igual que en la ley de Coulomb), es costumbre escribir K_m como $\mu_0/4\pi$, donde μ_0 recibe el nombre de **permeabilidad magnética del vacío** (y vale, evidentemente, $4\pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2$), con lo que la ley de Biot y Savart se escribe:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{r^2} \quad [5.2b]$$

y el campo total producido por el conductor se obtendrá mediante la ecuación [5.1].

Si tomamos un vector unitario, \vec{u}_ℓ , en la dirección y sentido de $d\vec{\ell}$, la **ley de Biot y Savart** se escribe:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{r^2} (\vec{u}_\ell \times \vec{u}_r) \quad [5.2c]$$

Si la comparamos con el campo eléctrico creado por una carga elemental (Ecuación [1.12]), que era:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

observamos que cada campo es directamente proporcional a su *fuentes* (dq para el campo eléctrico, e $Id\ell$ para el magnético) e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Sin embargo, las direcciones de ambos no son comparables: mientras que $d\vec{E}$ siempre tiene la dirección de \vec{u}_r , $d\vec{B}$ es perpendicular a \vec{u}_r (y a \vec{u}_ℓ). Además, mientras $d\vec{E}$ sólo es nulo en el infinito, $d\vec{B}$ es nulo en cualquier punto de la recta que contiene a $d\vec{\ell}$,

por lo que las líneas de ambos campos tampoco son análogas.

1.1.- Campo magnético creado por una corriente rectilínea

Vamos a calcular el campo magnético creado por un conductor finito y rectilíneo recorrido por una corriente de intensidad I en un punto P que dista una distancia a del conductor (Figura 3). Puesto que la dirección y el sentido de \vec{B} ya lo sabemos, calcularemos su módulo, para lo cual empezaremos por calcular el módulo del producto vectorial entre $d\vec{\ell}$ y \vec{u}_r .

$$|d\vec{\ell} \times \vec{u}_r| = d\ell \cdot 1 \cdot \text{sen } \phi$$

como: $\phi = \theta + \pi/2 \Rightarrow \text{sen } \phi = \text{cos } \theta$, y queda pues:

$$|d\vec{\ell} \times \vec{u}_r| = d\ell \text{cos } \theta$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I |d\vec{\ell} \times \vec{u}_r|}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \text{cos } \theta d\ell}{r^2}$$

Tenemos 3 variables (θ , ℓ y r), así que pondremos 2 de ellas en función de la tercera. Concretamente, elegiremos θ como única variable.

$$\ell = a \text{tg } \theta \quad \Rightarrow \quad d\ell = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$r = \frac{a}{\text{cos } \theta}$$

con lo que:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \text{cos } \theta d\ell}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \text{cos } \theta a \text{cos}^2 \theta d\theta}{a^2 \text{cos}^2 \theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \text{cos } \theta d\theta$$

Con objeto de que los ángulos que intervienen en la fórmula final sean los agudos, al integrar daremos signo a los ángulos extremos de integración.

$$B = \int_{-\theta_2}^{\theta_1} \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \text{cos } \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} [\text{sen } \theta_1 - \text{sen } (-\theta_2)]$$

Como $\text{sen } (-\theta_2) = -\text{sen } \theta_2$ quedará:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\text{sen } \theta_1 + \text{sen } \theta_2) \quad [5.3]$$

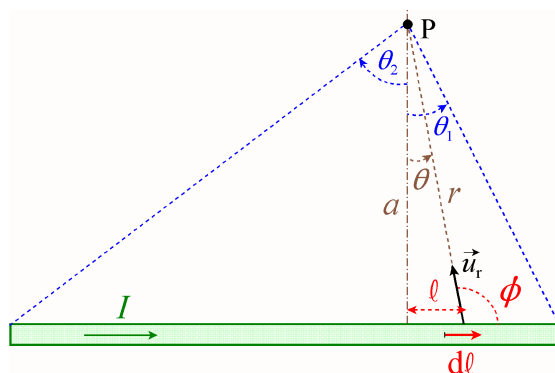


Figura 3

Si el conductor es indefinido ($l \rightarrow \infty$) o, simplemente, si $a \ll l$, entonces $\theta_1 \approx \theta_2 = 90^\circ$ con lo que $(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) = 2$, y por tanto:

$$B_{l \gg a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad [5.4]$$

1.2.- Campo magnético creado por una espira de corriente

Nos ceñiremos al caso particular de una espira circular y calcularemos sólo el campo a lo largo de su eje (Figura 4).

Sea el elemento de corriente $I d\vec{\ell}$. Dicho elemento creará en el punto P, que dista a del centro de la espira, el campo $d\vec{B}$ mostrado en la figura: dicho campo lo descomponemos en una componente según el eje de la espira ($d\vec{B}_{11}$) y otra perpendicular a dicho eje ($d\vec{B}_\perp$). El elemento de corriente $I d\vec{\ell}'$ (situado en el otro extremo del diámetro que pasa por $d\vec{\ell}$) creará en el mismo punto un campo $d\vec{B}'$ simétrico a $d\vec{B}$ respecto del eje, por lo que sus componentes perpendiculares se anulan y, por tanto, sólo hemos de sumar las componentes paralelas para obtener el campo total.

$$|d\vec{\ell} \times \vec{u}_r| = d\ell \cdot 1 \cdot \sin \pi/2 = d\ell \quad * \quad r = \sqrt{R^2 + a^2}$$

$$dB_{11} = dB \sin \theta$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{|d\vec{\ell} \times \vec{u}_r|}{r^2} = \frac{\mu_0 I d\ell}{4\pi (R^2 + a^2)}$$

como: $\sin \theta = R/r = R/\sqrt{R^2 + a^2}$ sustituyendo quedará:

$$dB_{11} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{3/2}} d\ell$$

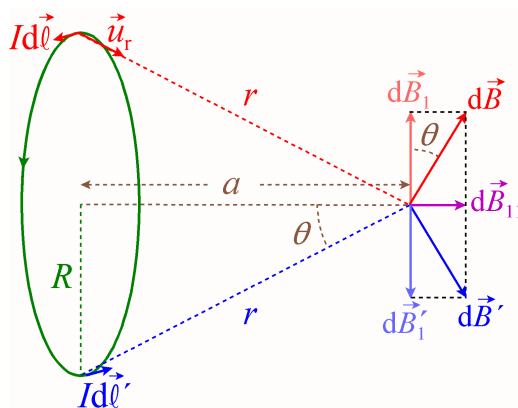


Figura 4

integrando la expresión obtenemos:

$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{3/2}} \oint d\ell = \frac{\mu_0 I R}{4\pi (R^2 + a^2)^{3/2}} 2\pi R = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + a^2)^{3/2}}$$

Este campo tiene por dirección la del eje y su sentido se obtiene mediante la regla de la mano derecha: si con los dedos índice, corazón, anular y meñique recorremos la espira en el sentido de la corriente, el pulgar indica el sentido del campo; es decir, el campo tiene el mismo sentido que el vector superficie, lo que podemos indicar mediante un vector unitario \vec{u}_s , en dicha dirección y sentido. Así pues,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + a^2)^{3/2}} \vec{u}_s \quad [5.5]$$

En puntos muy alejados de la espira ($a \gg R$), $(R^2 + a^2)^{3/2} \approx a^3$ por lo que la ecuación [5.5] se escribe:

$$\vec{B}_{a \gg R} \approx \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{a^3} \vec{u}_s \quad [5.6]$$

Recordando la definición de momento dipolar magnético (tema anterior) de una espira:

$$\vec{\mathcal{M}} = I\vec{S} = IS\vec{u}_s = I\pi R^2\vec{u}_s$$

y sustituyéndola en la ecuación [5.6] queda:

$$\vec{B}_{a \gg R} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mathcal{M}}}{a^3} \quad [5.6bis]$$

expresión similar al campo eléctrico creado por un dipolo eléctrico en puntos de su eje muy alejados del dipolo (ecuación [1.62]). La ecuación [5.6bis] es también una buena aproximación del campo magnético en puntos muy alejados del centro de la espira aunque no estén en el eje de la misma.

En el centro de la espira ($a = 0$), el campo magnético valdrá, (a partir de la ecuación [5.5])

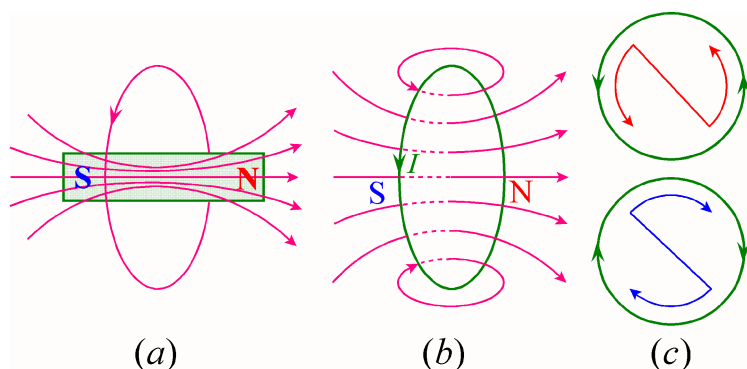


Figura 5: a) Campo creado por un pequeño imán. b) Campo creado por una espira de corriente. c) Regla nemotécnica para la identificación de las caras Norte y Sur de una espira de corriente.

$$\vec{B}_c = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{u}_s \quad [5.7]$$

$$\vec{B}_c = \frac{\mu_0}{2\pi R^3} \vec{\mathcal{M}} \quad [5.7bis]$$

A la vista de los resultados obtenidos, podemos comprobar la tremenda similitud entre los pequeños imanes y las espiras: no sólo experimentan el mismo momento de torsión en presencia de un campo magnético externo, sino que ambos crean campos

sorprendentemente parecidos. La figura 5 muestra las líneas de campo de un pequeño imán y de una espira de corriente, así como una regla nemotécnica para identificar los polos de una espira.

2.- Fuerza magnética entre corrientes paralelas. Definición de Amperio y Culombio

Una semana después del descubrimiento de Oersted, Ampère demostró que dos corrientes paralelas se atraen mutuamente si circulan en idéntico sentido y se repelen si circulan en sentidos opuestos. La figura 6 muestra dos corrientes paralelas muy largas separadas una distancia a . La corriente I_1 crea un campo magnético que, en la línea ocupada por el conductor 2 es (Ecuación [5.4])

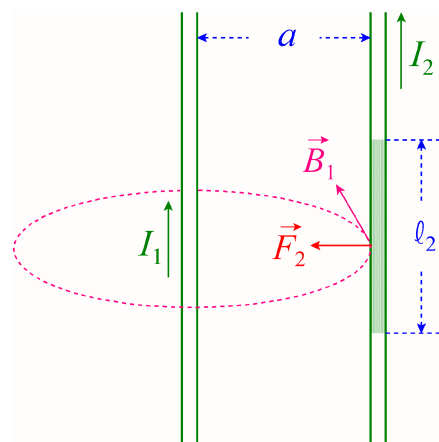


Figura 6

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

Puesto que el conductor 2 está recorrido por una corriente, un trozo del mismo de longitud ℓ_2 experimentará una fuerza magnética, ejercida por el campo creado por el conductor 1, que valdrá, en módulo (Ecuación [4.13]):

$$F_2 = I_2 |\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1| = I_2 \ell_2 B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \ell_2}{a}$$

con lo que la fuerza que se ejerce sobre el conductor 2 por unidad de longitud es:

$$\frac{F_2}{\ell_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} \quad [5.8]$$

Ahora bien, el conductor 2 también crea un campo magnético en la región que le rodea y, por tanto, ejercerá sobre el conductor 1 una fuerza dada por:

$$F_1 = I_1 |\vec{\ell}_1 \times \vec{B}_2| = I_1 \ell_1 B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \ell_1}{a}$$

con lo que la fuerza por unidad de longitud que el conductor 2 ejerce sobre el conductor 1 es:

$$\frac{F_1}{\ell_1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} \quad [5.8bis]$$

Estas fuerzas son atractivas si, como en el ejemplo indicado en la Figura 6, las corrientes son de igual sentido y repulsiva en caso contrario.

Las ecuaciones [5.8] se emplean para definir la unidad de intensidad de corriente eléctrica en el S.I.: el **Amperio**. *Un Amperio es la intensidad de corriente que circulando por dos conductores paralelos e indefinidos, separados una distancia de un metro en el vacío, hace que se atraigan con una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ N por cada metro de longitud.* Esta definición obliga a que la permitividad magnética del vacío (μ_0), valga $4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A².

Una vez definido el Amperio, la definición de Culombio (unidad de carga en el S.I.) es inmediata a partir de la ecuación [3.1]: Un **Culombio** es la carga que, en un segundo, atraviesa la sección recta de un conductor por el que circula una corriente de un Amperio.

3.- Ley de Ampère

Supongamos un hilo conductor rectilíneo por el que circula una corriente estacionaria de intensidad I . En la figura 7, el conductor es perpendicular al papel y la corriente entra en el mismo. Sea C una línea cerrada cualquiera: el campo magnético creado por la corriente I no es

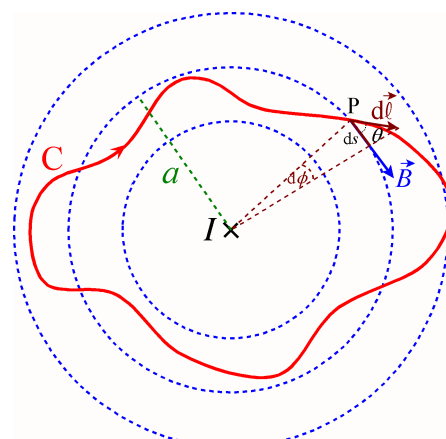


Figura 7

constante a lo largo de C, aunque sí lo es a lo largo de cada circunferencia dibujada a trazos discontinuos. En cada una de ellas, el campo magnético se obtiene por aplicación directa de la ecuación [5.4]. En un punto P cualquiera de la curva C, el producto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ vale:

$$\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B dl \cos \theta = B ds$$

siendo ds un elemento de la circunferencia cuyo centro está en el conductor y cuyo radio es la distancia del punto P al mismo. Si llamamos $d\phi$ al ángulo que abarca el arco ds, es evidente que $ds = a d\phi$ (a es el radio de la circunferencia), por lo que

$$\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B a d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} a d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\phi$$

La circulación del campo magnético a lo largo de la línea cerrada C será:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} 2\pi = \mu_0 I$$

que es la **ley de Ampère**: *La circulación del campo magnético a lo largo de cualquier línea cerrada es igual a μ_0 veces la intensidad de corriente que atraviesa la superficie que delimita.*

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \quad [5.9]$$

Es preciso resaltar el hecho de que la ley de Ampère *sólo es válida cuando las corrientes son estacionarias*, por lo que no resulta ser una ecuación fundamental del campo electromagnético. Al igual que la ley de Gauss del campo electrostático, sólo es útil para calcular campos magnéticos cuando tenemos un alto grado de simetría. De todos modos, la ecuación [5.9] nos suministra una información adicional: puesto que la circulación del campo magnético a lo largo de cualquier línea cerrada no es nula, el campo magnético no es conservativo.

3.1.- Campo magnético creado por un Toroide

Una bobina toroidal consta de multitud de vueltas devanadas alrededor de una estructura en forma de donut (cilindro cerrado sobre sí mismo en forma circular); tal estructura, que se muestra en la figura 8, recibe el nombre de toroide. Suponiendo que las vueltas están muy juntas, vamos a calcular el campo en el interior de la bobina a una distancia a del centro, para lo que calcularemos la circulación del campo a lo largo de la circunferencia de radio a . Por simetría, el campo es constante en módulo a lo largo de la línea y tangente a ella en cada punto. Por lo tanto:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint B dl = B \oint dl = B 2\pi a = \{\text{T. de Ampère}\} = \mu_0 NI$$

siendo N el número de vueltas de la bobina, pues cada vuelta atraviesa la superficie circular una vez y, por tanto, la corriente total que atraviesa la

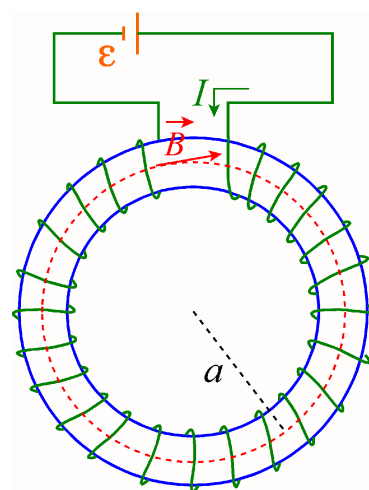


Figura 8

superficie circular es NI . Despejando queda:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi a} \quad [5.10]$$

La ecuación [5.10] nos dice que el campo en el interior de una bobina no es uniforme: es inversamente proporcional a la distancia al centro. No obstante, si a es grande en comparación con el radio de la sección transversal del toroide, entonces el campo es aproximadamente uniforme en el interior de la bobina.

En una bobina toroidal ideal (espiras circulares muy juntas), el campo fuera de la bobina es nulo, ya que la corriente total (neta) que atraviesa la superficie delimitada por cualquier circunferencia fuera de la bobina (incluida la zona del agujero del toroide) es cero. No obstante, en los toroides reales en los que las espiras no son estrictamente circulares (son mas bien espirales) existe un pequeño campo magnético fuera de la bobina.

3.2.- Campo magnético creado por un solenoide

Un solenoide es un conductor arrollado helicoidalmente N veces sobre un soporte. Calcularemos el campo magnético en el interior del solenoide en puntos alejados de los extremos.

La figura 9 muestra una sección del solenoide. Sea P un punto de su interior: si está alejado de los extremos, la componente perpendicular del campo creado en P por una de las espiras (la 1, por ejemplo) se anula con la componente perpendicular de la espira simétrica (la 2), por lo que el campo total resultante en P tiene dirección la del eje y por sentido el que da la regla de la mano derecha. De tales consideraciones deducimos, además, que el campo es constante en módulo (siempre que P esté alejado de los extremos del solenoide).

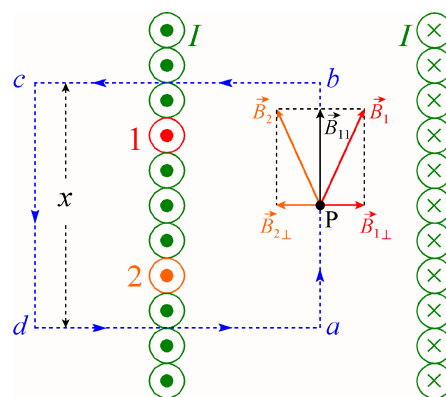


Figura 9

Para aplicar la ley de Ampère, tomaremos una línea cerrada como la mostrada en la figura 9. Evidentemente,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{ab} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{bc} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{cd} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{da} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

Puesto que a lo largo de bc y de da \vec{B} y $d\vec{\ell}$ son perpendiculares ($\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$), $\int_{bc} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{da} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$. A lo largo de cd el campo magnético es muy débil (además el campo magnético decrece con la distancia, por lo que bastaría con escoger cd muy alejada del solenoide), por lo que tendremos $\int_{cd} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} \approx 0$. Así pues:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{ab} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{ab} B d\ell = B \int_{ab} d\ell = Bx$$

Por otra parte, si el solenoide tiene n vueltas por unidad de longitud, el número de espiras en una longitud x de solenoide es nx siendo ese, justamente, el número de veces que la corriente I_1 atraviesa la superficie delimitada por nuestra línea cerrada. Así pues,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_T \quad \Rightarrow \quad Bx = \mu_0 n I x \quad \Rightarrow \quad B = \mu_0 n I \quad [5.11]$$

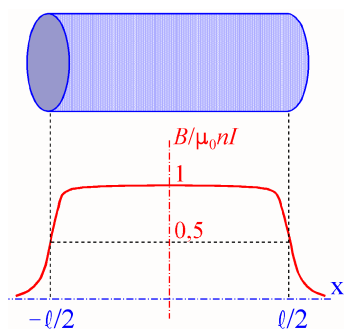


Figura 10

Es decir, el campo magnético en el interior del solenoide es proporcional al número de vueltas por unidad de longitud (por lo que debe emplearse un conductor muy fino estrechamente arrollado) y a la intensidad de la corriente que circula por él.

En la realidad, el campo magnético en el interior de un solenoide no es estrictamente uniforme y varía con la posición del punto según se muestra en la gráfica de la figura 10. En la figura 11 se muestra un esquema de las

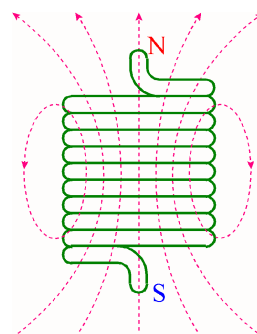


Figura 11

líneas de campo.

4.- Flujo magnético. Ley de Gauss para el magnetismo

Cuando desarrollamos la electrostática, vimos que la ley de Coulomb era sustituida con éxito por la ley de Gauss; además ésta seguía teniendo validez donde aquélla fallaba: en el contexto de cargas en movimiento. Podríamos pensar ahora si existe una ley similar para el magnetismo, es decir, una ley que nos permita calcular de forma sencilla campos magnéticos (aunque ya tenemos una: la ley de Ampère) y por ello empezaremos por definir **flujo magnético** de forma análoga a como definimos flujo eléctrico, es decir:

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad [5.12]$$

En el **S.I.** el flujo magnético se mide en **Weber** ($1 \text{ Wb} = 1 \text{ T m}^2$) y en el CGS electromagnético en **Maxwell** ($1 \text{ Maxwell} = 1 \text{ G cm}^2 = 10^{-8} \text{ Wb}$).

Puesto que la ley de Gauss del campo eléctrico habla del flujo a través de una superficie cerrada, tendremos que pensar cuánto vale el flujo del campo magnético a través de una superficie cerrada cualquiera, y para ello habrá que recordar que el flujo es proporcional al número neto de líneas de campo que atraviesan la superficie: puesto que no existe el monopolo magnético, las líneas del campo magnético son siempre cerradas y, por tanto, escogida una superficie cerrada cualquiera, saldrán de ella tantas líneas como entren, con lo que el número neto de líneas de campo que la atraviesan es cero. Por tanto:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad [5.13]$$

que es la **ley de Gauss para el magnetismo**, que sí es una ecuación fundamental del electromagnetismo.

Cuando la superficie es abierta, el flujo no tiene por qué ser cero y se calcula aplicando la ecuación [5.12]. Si la superficie es múltiple¹ el flujo será la suma de los flujos a través de todas las superficies. En el ejemplo comentado en la nota 1, las superficies son aproximadamente iguales por lo que si el flujo a través de una de ellas es Φ' , el flujo total será:

$$\Phi = N \Phi' \quad [5.14]$$

donde Φ' se calcula mediante la ecuación [5.12].

¹ Por ejemplo, una bobina de N vueltas limita una superficie circular para cada vuelta