

Ampliación de Cálculo

Año: 2012
Ejercicios. Tema 3.



Pablo Alberca Bjerregaard

TRANSFORMADA DE LAPLACE

Ejercicio 1 Determine la transformada de Laplace de las siguientes funciones ($t > 0$):

a) $f(t) = \sqrt{t} + 3t$. b) $f(t) = t^{3/2}$. c) $f(t) = \text{sen}^2(3t)$. d) $f(t) = t^3 e^{5t} + e^{-2t} \cos(3t)$.

e) $f(t) = t(t-3) \text{sen}(3t)$. f) $f(t) = \text{sen}(3t) \cos(3t)$. g) $f(t) = te^{at} + t \text{sen}(kt)$. h) $f(t) = \frac{e^{at}}{\sqrt{t}}$.

i) $f(t) = \int_0^t \tau \cos(a\tau) d\tau$. j) $f(t) = e^{-t} \int_0^t \frac{\text{sen } \tau}{\tau} d\tau$. k) $f(t) = \cosh(at)$. l) $f(t) = \sinh(bt)$.

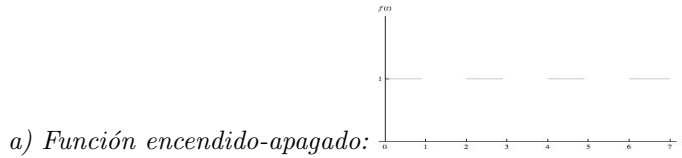
y determine la transformada de Laplace inversa de las siguientes funciones:

a) $F(s) = \frac{3}{s^4}$. b) $F(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s^{5/2}} + 2e^{-3s} s^{-1}$. c) $F(s) = \frac{5-3s}{s^2+9}$. d) $F(s) = \frac{10s-3}{25-s^2}$.

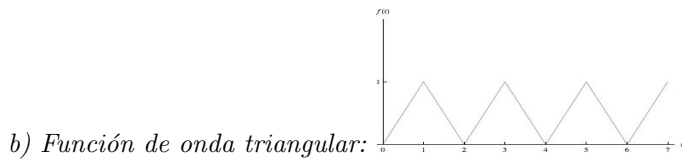
e) $F(s) = \frac{1}{s^2(s^2+1)}$. f) $F(s) = \frac{1}{s^2(s^2-1)}$. g) $F(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$. h) $F(s) = \frac{1}{s(s^2+1)}$.

i) $F(s) = \frac{5-2s}{s^2+7s+10}$. j) $F(s) = \frac{1}{s^4-8s^2+16}$. k) $F(s) = \arctan \frac{4}{s}$.

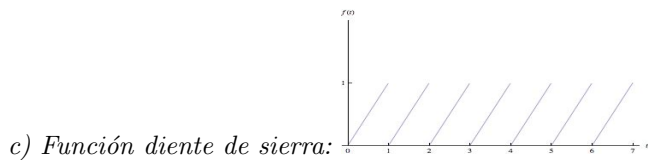
Ejercicio 2 Compruebe que para las siguientes funciones la transformada de Laplace es:



$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s(1+e^{-s})}$$



$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s^2} \tanh \frac{s}{2}$$



$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-s}}{s(1-e^{-s})}$$

Ejercicio 3 Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales, con las condiciones iniciales que se indican, con la ayuda de la transformada de Laplace:

a) $y''(t) - y'(t) - 6y(t) = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$. b) $y''(t) + 4y(t) = \text{sen}(3t)$, $y(0) = 0 = y'(0)$.

c) $y''(t) + 9y(t) = 1$, $y(0) = 0 = y'(0)$. d) $y''(t) + 6y'(t) + 34y(t) = 30 \text{sen}(2t)$, $y(0) = y'(0) = 0$.

e) $y^{(iv)}(t) + 2y''(t) + y(t) = 4te^t$, $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$.

Ejercicio 4 Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales con la ayuda de la transformada de Laplace:

a) $x'(t) = 2x(t) + y(t)$, $y'(t) = 6x(t) + 3y(t)$, $x(0) = 1$, $y(0) = -2$.

b) $x'(t) = x(t) + y(t) + \text{sen } t$, $y'(t) = x(t) + y(t)$, $x(0) = 0$, $y(0) = 1$.



c) $2x''(t) = -6x(t) + 2y(t)$, $y''(t) = 2x(t) - 2y(t) + 40 \text{sen}(3t)$, $x(0) = x'(0) = y(0) = y'(0) = 0$.

Ejercicio 5 Con la ayuda de la transformada de Laplace calcule:

a) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-3t} - e^{-t}}{t} dt$, b) $\int_0^{\infty} \frac{\text{sen } t}{2t} dt$, c) $\int_0^{\infty} e^{-t} \frac{\cos(3t) - \cos(2t)}{t} dt$,

y resuelva las siguientes ecuaciones integrales:

a) $y(t) = \text{sen } t + \int_0^t y(\tau) \text{sen}(2(t - \tau)) d\tau$, b) $y(t) = 1 + \int_0^t y(\tau) \cos(t - \tau) d\tau$.

	Alberca Bjerregaard, Pablo (2012). Ampliación de Cálculo	
	OCW- Universidad de Málaga http://ocw.uma.es Bajo licencia Creative Commons Attribution-Non-Comercial-ShareAlike	