Ampliación de Cálculo

Año: 2012
Prueba. Tema 1.

Pablo Alberca Bjerregaard

Ecuaciones diferenciales

Problema 1 *Dada la ecuación diferencial*

$$y'' - (2a - 1)y' + a(a - 1)y = 0, \ \ y = y(t), \tag{1}$$

determine valores del parámetro real a para los que todas las soluciones de la ecuación diferencial tiendan a cero cuando t lo hace a infinito. Asimismo, determine valores de a para los que todas las soluciones no estén acotadas cuando t tiende a infinito.

Problema 2 *Considere la ecuación diferencial $I''(t) + 4I'(t) + 5I(t) = 5\cos(2t)$, responsable de un circuito RLC. Determine su solución general. Señale la parte transitoria y el estado estacionario de la expresión obtenida.*

Problema 3 *Considere el conjunto de funciones $\{x, x^2\}$.*

a) Determine una ecuación diferencial homogénea $L(D)[y(x)] = 0$ de orden mínimo que tenga a S como conjunto fundamental de soluciones.

b) Resuelva la ecuación diferencial $L(D)[y(x)] = \dfrac{1}{x}, \ x > 0$.

Problema 4 *Resuelva la ecuación diferencial*

$$y''(t) - 6y'(t) + 9y(t) = (1 + t)e^{3t}, \ \ y(0) = y'(0) = 1. \tag{2}$$

Problema 5 *Resuelva la ecuación diferencial*

$$y'' - 8y' + 16y = \frac{e^{4x}}{x^7}, \ \ x > 0. \tag{3}$$

Problema 6 *En el cálculo diferencial, la curvatura de una curva representada por $y = f(x)$ se define por*

$$k = \frac{y''}{(1 + (y')^2)^{3/2}}.$$

Determine una función $y = f(x)$ para la que la curvatura sea constante no nula.

Problema 7 *Compruebe que hay una solución de tipo exponencial para*

$$xy'' - (2x + 1)y' + (x + 1)y = 0, \tag{4}$$

y halle con su ayuda la solución general.