Ampliación de Cálculo

Año: 2012

Prueba. Tema 6.

Pablo Alberca Bjerregaard

Integral doble. Teorema de Green.

Problema 1 *Halle el volumen de la región* $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq z^2, 2 \leq z \leq 3\}$. *Dibuje la región representada por* Ω.

Problema 2 *Calcule el volumen de la bóveda de Viviani limitada por la semiesfera* $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ *y el cilindro* $x^2 + y^2 = ax$.

Problema 3 *Calcule, con la ayuda de la transformada de Laplace, el valor de la integral doble impropia*

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{e^{-2\sqrt{x^2+y^2}} - e^{-\sqrt{x^2+y^2}}}{x^2 + y^2} dxdy. \tag{1}$$

Problema 4 *Calcule*

$$\iint_D \frac{1}{x + y} dA, \tag{2}$$

donde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 4,\ x \geq 2,\ y \leq 0\}$.

Problema 5 *Calcule el volumen de la bóveda cuyo techo es parte de la esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ *y paredes delimitadas por el cilindro de base el arco de lemniscata* $\rho = \cos(2\theta)$, $\theta \in [-\pi/4, \pi/4]$.

Problema 6 *Halle el volumen de la región* Ω *interior a la esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $a > 0$, *y el cono* $z^2 = \tan^2 \alpha\, (x^2 + y^2)$, $0 < \alpha < \pi/2$, $z \geq 0$.

Problema 7 *Calcule el volumen de la cuña resultado de cortar el cilindro* $4x^2 + y^2 = a^2$ *con el plano* $z = my$, $z \geq 0$, *con* $a > 0$ *y* $m > 0$.

Problema 8 *Calcule el volumen de la región* Ω *en* $\mathbb{R}^3$ *limitada por el plano* $z = a$, *el cilindro* $x^2+y^2 = ay$ *y la esfera* $x^2 + y^2 + (z - a)^2 = a^2$, $a > 0$.