



Matemáticas III
Primera prueba de Evaluación
Diferenciación

Dispone de dos horas y media para resolver, sin ninguna ayuda el siguiente examen. Las soluciones están disponibles en hoja aparte.

Ejercicio 1 — Calcular $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ sabiendo que $3x^2z - x^2y^2 + 2z^3 + 3yz - 5 = 0$.

Ejercicio 2 — Responder a las siguientes cuestiones:

1. Probar que existe un campo $z = z(x, y)$ que satisface la ecuación $xyz^3 - x^3z = 2$ alrededor del punto $(-1, 0, 2)$ y hallar su gradiente en el punto $(-1, 0)$.
2. Calcular la recta contenida en el plano tangente a $z = z(x, y)$ en el punto $(-1, 0)$, en la dirección en la que la derivada direccional es máxima.

Ejercicio 3 — Calcular los extremos absolutos de la función $f(x, y) = 3x^2 + y^3$ sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$.

Ejercicio 4 — Encontrar y clasificar los puntos críticos de las siguientes funciones:

1. $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2y - 1$.
2. $f(x, y) = x^4 - y^2 + 2y - 1$.

Ejercicio 5 — Calcular:

1. La ecuación del plano tangente a la superficie dada por $r(u, v) = (u^2 - v^2, 9uv, 7u + 5v)$ en el punto correspondiente a $u = 7, v = 9$.
2. La curvatura de Gauss de la superficie definida por la función $z = x^2 + 7y^2 + 5x$ en el punto correspondiente a $x = 1, y = 0$.

Ejercicio 6 — Calcular la curvatura y la torsión de la curva dada por $r(t) = (10 \cos(t), 9 \sin(t), 8t)$, en $t = \pi/2$.